Co-859

RECHERCHES

SUR PLUSIEURS OUVRAGES

DE LÉONARD DE PISE

DÉCOUVERTS ET PUBLIÉS

PAR M. LE PRINCE BALTHASAR BONCOMPAGNI

ET SUR LES RAPPORTS QUI EXISTENT ENTRE CES OUVRAGES
ET LES TRAVAUX MATHÉMATIQUES DES ARABES

PAR M. F. WOEPCKE

Membre correspondant de l'Académie de'Nuovi Lincei

PREMIÈRE PARTIE
Extraits et traductions d'ouvrages arabes inédits.

II.

Traduction du traité d'arithmétique
d'Aboûl Haçan Alî Ben Mohammed Alkalçâdî.

Extrait des *Atti dell'Accademia Pontificia de'Nuovi Lincei*
Tomo XII, Sessione V. del 3 Aprile 1859,
e Sessione VII. del 5 giugno 1859.



ROME
IMPRIMERIE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES
1859

Digitized by Google

II.
Traduction du traité d'arithmétique
d'Aboûl Haçan Alî Ben Mohammed Alkalçâdî *)

Louange à Dieu: Au nom de Dieu clément et miséricordieux. Que la bénédiction et le salut de Dieu soient sur notre seigneur et maître Mohammed, sur sa famille et sur ses compagnons.

Alî Ben Mohammed Ben Mohammed Ben Alî, le Koraïchite, connu sous le nom d'Alkalçâdî, Albasthî, le pauvre esclave devant Dieu (que Dieu lui pardonne par sa grâce et sa générosité) dit :

Louange à Dieu qui est prompt dans ses comptes dans le livre de Dieu **), qui répand abondamment des bienfaits, qui ouvre les portes. Que la bénédiction et le salut soient sur le seigneur des deux mondes, le prophète envoyé aux hommes et aux génies.

Pour en venir au fait, ceci est un abrégé assez étendu et riche en matière, également éloigné de l'insuffisance et de la prolixité, que j'ai extrait de mon ouvrage intitulé : « Soulèvement du vêtement de la science du calcul » ***). Cet abrégé est destiné à offrir une ample provision à une partie des étudiants, et à servir de manuel à ceux qui sont doués d'une intelligence supérieure. Je l'ai intitulé Soulèvement des voiles de la science du gobâr, et je prie Dieu de m'accorder son appui et de me guider pour que je marche dans le chemin droit

*) M. Reinaud possède un manuscrit de ee traité, qu'il a eu l'extrême obligeance de me communiquer, et dont il m'a permis de prendre copie. Je m'empresse de lui en témoigner ma réeonnaissance. C'est de cette copie que je me suis servi pour la traductiun que je publie ici. Ayant quitté Paris, comme je pensais d'abord pour quelques semaines seulement, mais me voyant ensuite empêché d'y retourner, je n'ai pu collationer ma copie, cumme je l'aurais désiré, avec un autre manuscrit du même traité conservé à la Bibliothèque Impériale. J'ai donné quelques notices sur les deux manuscrits dunt je viens de parler, ainsi que sur le nom et l'époque de la mort d'Alkalçâdî (1477 ou 1486 de notre ère) dans un mémoire publié dans le Journal asiatique, Cahier d'Octobre — Novembre 1854, pag. 348 et suiv.

**) Voir sourate II, 198; III, 17, 199; V, 6; XIII, 41 ; XIV, 51 ; XXIV, 39 ; XL, 17. En citant eette expression du Koran qui signifie à la lettre que Dieu est prompt au caleul, l'auteur fait allusiun, par un jeu de mots familier aux écrivains arabes, à la scieuce qui est l'objet de son traité.

***) D'après le ms. de M. Reinaud qui intercale encore le mot *madnî* entre *qachf* et *al-djilbâb*, ce titre serait: « Révélation des significations du vêtement de la science du calcul. » Le mot *ma'nan* (plur. *madnî*) dénote en général la signification, le sens, le fond, la nature intérieure d'une ehose par opposition à sa forme extérieure.

Digitized by Google

de son assistance et de sa direction, dans ce monde et dans la vie future; je le supplie de placer ce travail parmi les oeuvres qui ne sont pas interrompues par la mort, et dont l'auteur n'est pas menacé par le malheur d'une fin subite. Ce traité se compose d'une introduction, de quatre parties et d'une conclusion. Chaque partie comprend huit chapitres.

INTRODUCTION.

Quant à l'introduction, elle traite de la manière de poser ces signes, et de ce qui s'y rapporte : ce sont neuf figures différentes *) dont la première est l'uuité, ensuite vient le deux, (et ainsi de suite) jusqu'au neuf. Posez d'abord l'unité, et au-dessous d'elle le deux, (et ainsi de suite) jusqu'au dernier de ces signes de la manière suivante :

1
2
3
4
5
6
7
8
9

Si vous avec dix, alors posez un zéro **), c'est à dire un petit cercle, et après lui ***) l'unité, ainsi : 10. Et si vous avez vingt, posez un zéro et après lui le deux, ainsi: 20. Et de même allez jusqu'à quatre-vingt dix en observant la même forme, ainsi :

∴ 90 ∴ 80 ∴ 70 ∴ 60 ∴ 50 ∴ 40 ∴ 30 ∴

Si vous avez onze, posez une unité et après elle une seconde unité, ainsi: 11. Si vous avez douze, posez d'abord le deux et après lui une unité, ainsi: 12; et de même jusqu'à dix-neuf.

Si vous avez des unités, des dizaines et des centaines, posez les unités au premier rang, les dizaines au second, et les centaines au troisième. Par exemple lorsq'on vous dit : posez ****) cent onze, posez cela ainsi : 111 ; parceque l'unité au premier rang signifie un, au second dix, et au troisième cent. Et si l'on vous dit : posez sept cent quarante trois, posez cela ainsi : 743. Et si l'on vous dit : posez neuf cent vingt cinq, posez cela ainsi : 925.

Si vous avez des mille, placez-les au quatrième rang. Par exemple si l'on vous dit : posez sept mille cinq cent soixante treize, posez cela ainsi : 7573.

Si dans quelques-uns des rangs il ne se trouve pas de nombre, posez-y un zéro qui servira à conserver ce rang. Par exemple si l'on vous dit: posez trois cent cinq, posez d'abord le cinq, après lui un zéro, et après celui-ci le trois, ainsi : 305. Et si l'on vous dit : posez huit mille vingt, posez cela ainsi: 8020.

---

*) Quant à la forme de ces chiffres, elle se trouve exactement reproduite dans le mémoire déjà cité, publié dans le Journal asiatique. Voir loc. laud. pag. 362 et suiv.

**) Je fais observer que le ms. porte constamment *safron* (avec *sîn*) qui signifie « vestige, trace », et non *cifron* (avec *çâd*) qui signifie « vide ».

***) C'est à dire à gauche de lui, les Arabes écrivant de droite à gauche.

****) C'est à dire : écrivez.

Digitized by Google

PREMIÈRE PARTIE.

DU NOMBRE ENTIER.

CHAPITRE PREMIER.

DE L'ADDITION.

L'addition est l'action de réunir les nombres les uns aux autres de telle manière qu'on puisse les énoncer au moyen d'un seul mot. Il se présente en cela nécessairement trois cas. Le premier c'est que des deux nombres additionnés il provient seulement des unités; le second, qu'il en provient des dizaines; le troisième, qu'il en résulte des unités et des dizaines.

La pratique de cette opération consiste à placer les deux nombres qu'il s'agit d'additionner sur deux lignes et à tirer au-dessus d'eux une ligne ; ensuite à placer le résultat, si ce sont des unités, au-dessus des deux nombres additionnés. Si au contraire ce sont des dizaines, posez un zéro au-dessus des deux nombres additionnés et faites entrer le signe de l'unité après cela *). Si enfin le résultat est formé d'unités et de dizaines, posez les unités au-dessus des deux nombres additionnés et les dizaines après.

Par exemple, si l'on vous dit : ajoutez quatre cent trente deux à deux cent trente un, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{c}\hline 4\;3\;2\\ 2\;3\;1\end{array}$$

Ensuite ajoutez l'unité au deux; il résulte trois, ce que vous poserez au-dessus des deux nombres additionnés. Ajoutez le trois au trois; il résulte six; placez-le au-dessus de la ligne. Enfin ajoutez le deux au quatre; il résulte six, posez-le pareillement au-dessus des deux nombres additionnés. Le résultat sera six cent soixante trois; ainsi: 663.

Et si l'on vous dit : ajoutez cent vingt huit à trois cent soixante onze, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{c}\hline 1\;2\;8\\ 3\;7\;1\end{array}$$

Ensuite ajoutez l'unité au huit; ce sera neuf; placez-le au-dessus des deux nombres additionnés. Ajoutez le sept au deux ; il résultera neuf ; placez-le pareillement au-dessus des deux nombres additionnés. Puis ajoutez le trois à l'unité; il vient quatre; posez-le également au-dessus des deux nombres additionnés. Le résultat sera quatre cent quatre-vingt dix-neuf; ainsi : 499.

Et si l'on vous dit : ajoutez trois cent vingt à cinq cent deux , posez cela ainsi :

$$\begin{array}{c}\hline 3\;2\;0\\ 5\;0\;2\end{array}$$

*) C'est à dire: placez une unité dans le rang suivant en allant vers la gauche.

Digitized by Google

Ensuite ajoutez le zéro au deux; ce sera deux; posez-le au-dessus de la ligne. Ajoutez le zéro au deux; ce sera deux; placez-le au-dessus de la ligne. Enfin ajoutez le cinq au trois; il résulte huit; placez-le également au-dessus des deux nombres additionnés. Le résultat sera huit cent vingt deux, ainsi : 822.

Exemples de l'opération si ce qui provient des deux nombres additionnés, sont des dizaines. Si l'on vous dit : ajoutez vingt quatre à soixante seize, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{c}\overline{}\\ 2\ 4\\ 7\ 6\end{array}$$

Ensuite ajoutez le six au quatre; il résulte dix; posez au-dessus des deux nombres additionnés un zéro, et l'unité au-dessous du sept. Ensuite ajoutez-la à celui-ci et au deux; il résulte dix; posez pareillement un zéro et l'unité après. Il résulte cent, ainsi: 100.

Et si l'on vous dit : ajoutez deux mille trois cent vingt quatre à sept mille six cent soixante seize, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{c}\overline{}\\ 2\ 3\ 2\ 4\\ 7\ 6\ 7\ 6\end{array}$$

Ensuite ajoutez le six au quatre, il résulte dix; posez un zéro au-dessus des deux nombres additionnés, placez l'unité au-dessous du sept et ajoutez-la à celui-ci et au deux; il résulte dix; posez de nouveau un zéro au-dessus des deux nombres additionnés et l'unité au dessous du six, (et ainsi de suite) jusqu'à la fin de l'opération. Le résultat sera dix mille, ainsi : 10000.

Exemples de l'opération si le résultat est formé d' unités et de dizaines. Si l'on vous dit : ajoutez quarante huit à quatre-vingt dix-sept, posez cela ainsi:

$$\begin{array}{c}\overline{}\\ 4\ 8\\ 9\ 7\end{array}$$

Ensuite ajoutez le sept au huit; il résulte quinze; posez le cinq au-dessus des deux nombres additionnés, faites entrer l'unité au-dessous du neuf, et ajoutez-la à celui-ci et au quatre; il provient quatorze; posez le quatre au-dessus des deux nombres additionnés et le dix *) après. Le résultat sera cent quarante cinq, ainsi : 145.

Et si l'on vous dit : ajoutez soixante huit mille sept cent soixante cinq à quarante six mille cinq cent soixante dix-neuf, posez cela ainsi :

$$\begin{array}{c}\overline{}\\ 6\ 8\ 7\ 6\ 5\\ 4\ 6\ 5\ 7\ 9\end{array}$$

Ensuite ajoutez le neuf au cinq ; il résulte quatorze; posez le quatre au-dessus

*) C'est à dire l'unité qui représente le dix.

Digitized by Google

des deux nombres additionnés, faites entrer l'unité au-dessous du sept et ajoutez-la à celui-ci et au six; il résulte de nouveau quatorze; posez le quatre au-dessus des deux nombres daditionnés et l'unité au-dessous dn cinq, et ajontez-la à celui-ci et au sept; il résulte treize; posez le trois au-dessus des deux nombres additionnés et l'unité au-dessous du six, et ajoutez-la à celui-ci et au huit; il résulte quinze; posez le cinq au-dessus des deux nombres additionnés et l' unité au-dessous du quatre, et ajontez-la à celui-ci et au six; il résulte onze; posez une unité au-dessus de la ligne et l'unité après. Le résultat sera cent quinze mille trois cent quarante quatre, ainsi : 115344. *)

CHAPITRE DEUXIÈME.

DE LA SOUSTRACTION. **)

La soustraction consiste à connaître l'excédant ***) entre deux nombres dont l'un est plus petit et l'autre plus grand.

La pratique de cette opération consiste à placer le nombre dont on retranche sur une ligne et au-dessous de lui le nombre retranché, à tirer au-dessus d'eux une ligne, à retrancher chaque rang du rang correspondant, et à poser le reste au-dessus de la ligne. Le reste sera la quantité cherchée.

Par exemple, si l'on vous dit : retranchez six cent cinquante trois de neuf cent soixante dix-huit; posez cela ainsi :

———
9 7 8
6 5 3

Ensuite retranchez trois de huit; il reste cinq; posez-le au-dessus de la ligne; puis retranchez cinq de sept; il reste deux; posez-le pareillement au-dessus de la ligne, et retranchez six de neuf; il reste trois; posez-le de même au-dessus de la ligne. Le reste sera trois cent vingt cinq, ainsi : 325.

Et si l'on vous dit : retranchez sept mille six cent vingt quatre de neuf mille sept cent vingt six, posez cela ainsi :

———
9 7 2 6
7 6 2 4

Ensuite retranchez quatre de six; il reste deux; posez-le au-dessus de la ligne; puis retranchez le deux du deux ; il ne reste rien ; posez au-dessus des deux

*) Voici cette opération figurée au complet à la manière arabe

1 1 5 3 4 4
———
6 8 7 6 5
4 6 5 7 9
1 1 1 1

**) Le nom arabe de la soustraction, *tarhoun*, vient du verbe *taraha* « projicere, abjicere ».
***) C'est à dire la différence.

Digitized by Google

nombres retranchés l'un de l'autre un zéro; après cela retranchez six de sept; il reste un; posez-le au-dessus des deux nombres retranchés l'un de l'autre; ensuite retranchez le sept du neuf; il reste deux; posez-le au-dessus des deux nombres retranchés l'un de l'autre. Alors le reste sera deux mille cent deux, ainsi : 2102.

Mais si dans quelques-uns des rangs le nombre dont on retranche est plus petit que le nombre retranché, alors ajoutez au nombre dont on retranche dix, et retranchez de la somme le nombre qu'il s'agit de retrancher.

Par exemple, si l'on vous dit : retranchez trois cent quatre-vingt six de sept cent vingt cinq; posez cela ainsi :

7 2 5
3 8 6

Ensuite retranchez le six du cinq; on ne le peut pas; donc ajoutez au cinq dix; il résulte quinze; retranchez-en le six; il reste neuf; posez-le au-dessus de la ligne. Puis ajoutez le dix sous la forme d'une unité au huit; il résulte neuf; retranchez-le du deux; cela ne se peut pas; donc ajoutez au deux dix; il résulte douze; retranchez-en neuf; il reste trois; posez-le au-dessus de la ligne. Ensuite ajoutez une unité au trois; il résulte quatre; retranchez-le du sept; il reste trois; posez-le au-dessus de la ligne. Alors le reste sera trois cent trente neuf, ainsi: 339.

Et si l'on vous dit : retranchez trois mille neuf cent soixante dix-huit de cinq mille sept cent deux, posez cela ainsi:

5 7 0 2
3 9 7 8

Ensuite retranchez le huit du deux; cela ne se peut pas; donc ajoutez dix au deux; il résulte douze; retranchez-en le huit; il reste quatre; posez-le au-dessus de la ligne. Après cela ajoutez une unité au sept; il résulte huit; retranchez-le du zéro; cela ne se peut pas; donc ajoutez dix au zéro et retranchez-en le huit; il reste deux; posez-le au-dessus de la ligne. Puis ajoutez une unité au neuf; il résulte dix; retranchez-le du sept; on ne le peut pas; donc ajoutez dix au sept; il résulte dix-sept; retranchez (le dix) de la somme; il reste sept; posez-le au-dessus de la ligne. Ensuite ajoutez une unité au trois; il résulte quatre; retranchez-le du cinq; il reste un; placez-le au dessus de la ligne. Le reste sera donc mille sept cent vingt quatre, ainsi : 1724.

CHAPITRE TROISIÈME.

DE LA MULTIPLICATION.

La multiplication est l'action de faire résulter un nombre inconnu de deux nombres connus. Elle se fait de différentes manières.

La multiplication inclinée. *) La pratique de cette opération consiste à placer

*) La multiplication du *madjnah*; *madjnah* = « locus, quo inclinatur », du verbe *djanaha* « inclinavit, propendit. »

Digitized by Google

le multiplicateur sur une ligne et au-dessous de lui le multiplicande, de telle sorte que le premier rang du multiplicande se trouve au-dessous du dernier rang du multiplicateur, [à multiplier] par ce rang tous les rangs du multiplicande, à faire ensuite reculer celui-ci d'un rang, à le multiplier tout entier par ce rang (du multiplicateur) qui précède le rang par lequel on vient de multiplier, et à continuer ainsi jusqu'à ce que l'opération soit terminée.

Par exemple, si l'on vous dit : multipliez soixante treize par cinquante deux *), posez cela ainsi : **)

```
   ___
___|5 2
 7 3
```

et placez au-dessus de ces nombres une ligne brisée. Ensuite multipliez le sept par le cinq; il résulte trente cinq; posez le cinq au-dessus du sept et le trois après. Puis multipliez le trois également par le cinq; il résulte quinze; posez le cinq au-dessus des deux nombres multipliés l'un par l'autre et l'unité après, au-dessus du cinq. Ensuite faites reculer le trois au-dessous des unités et le sept dans le rang des dizaines, et multipliez le sept par le deux; il résulte quatorze; posez le quatre au-dessus du multiplicande et l'unité après. Puis multipliez le trois par le deux, ce qui donne six; posez cela au-dessus des deux nombres multipliés l'un par l'autre. Ensuite tirez une ligne au-dessus de ce qui résulte (des multiplications précédentes) et additionnez-le au-dessus de cette ligne, ce sera trois mille sept cent quatre-vingt seize; posez cela ainsi: 3796.

Et si l'on vous dit : multipliez neuf mille sept cent trente six par cinq cent quatre-vingt deux, posez cela ainsi ***):

---

*) Textuellement : multipliez cinquante deux en soixante treize.

**) Voici une représentation de l'opération décrite dans les lignes suivantes :

```
3 7 9 6
-------
      6
  1 4
  1 5
3 5
    ___
 ___|5 2
  7 3
    7 3
```

***) Voici l'opération décrite dans les lignes suivantes :

```
5 6 6 6 3 5 2
-------------
          1 2
          6
      1 4
    1 8
        4 8
      2 4
    5 6
  7 2
      3 0
    1 5
  3 5
4 5
        _____
________|5 8 2
  9 7 3 6
    9 7 3 6
      9 7 3 6
```


Digitized by Google



Ensuite multipliez tout le multiplicande par le cinq, et placez ce qui provient de chaque nombre au-dessus de celui-ci. Puis faites reculer le multiplicande tout entier d'un rang, et alors multipliez-le tout entier par huit en plaçant de nouveau ce qui provient de chaque nombre au-dessus de celui-ci. Ensuite faites de nouveau reculer le multiplicande, encore d'un rang, et multipliez-le tout entier par deux en plaçant ce qui provient de chaque nombre au-dessus de celui-ci. Après cela tirez au-dessus de tout cela une ligne, et additionnez au-dessus d'elle tous les résultats. Il viendra le nombre cherché, à savoir cinq millions six cent soixante six mille trois cent cinquante deux *), ainsi : 5666352.

La multiplication au moyen des nombres de position. **) La pratique de cette opération consiste à placer les deux nombres qu'il s'agit de multiplier l'un par l'autre, sur deux lignes qui se correspondent, c'est à dire les unités [sous les unités], les dizaines sous les dizaines, et de même pour les rangs suivants. Ensuite multipliez rang après rang de l'un des deux nombres proposés par l'autre tout entier, et placez (constamment) le résultat où l'exige le rang des nombres de position. C'est qu'on ajoute le nombre de position du multiplicande [à celui du multiplicateur], qu'on retranche constamment l'unité de la somme, et qu'on place le résultat de la multiplication là (où l'indique le nombre de position ainsi obtenu).

Par exemple, si l'on vous dit : multipliez trois cent vingt et un par quatre cent trente deux, posez cela ainsi

4 3 2
3 2 1

et menez au-dessus des deux lignes un trait. Ensuite multipliez l'unité par le deux, il résulte deux. Posez cela au-dessus des deux nombres multipliés l'un par l'autre, parce que le nombre de position ***) des deux nombres multipliés l'un par l'autre est deux, et si de cela on retranche l'unité, il reste un, ce qui indique le premier rang. Après cela multipliez le deux par le deux, il résulte quatre. Posez-le au second rang, parce que le nombre de position des deux nombres multipliés l'un par l'autre est trois, et ce qui en reste, deux. Ensuite multipliez le trois par le deux; il résulte six. Posez-le au troisième rang, parce que le nombre de position des deux nombres multipliés l'un par l'autre est quatre. Ensuite mettez un point au-dessus du deux, pour signifier qu'on a fini d'opérer avec lui, et

*) Textuellement : deux et cinquante et trois cent et six et soixante mille et six cent mille et cinq mille mille.

**) Le mot *ass* que je traduis ici par « nombre de position » signifie proprement « fondement, principe, trace ». Nous verrons plus loin, dans la quatrième partie de ce traité, qui a pour objet l'algèbre, que ce mot sert à désigner exactement ce que nous appelons aujourd'hui l'exposant d'une puissance algébrique.

***) Plus exactement : la somme des nombres de position.

Digitized by Google

passez au trois. Multipliez par lui l'unité, ce qui donne trois. Posez-le au second rang. Multipliez le deux par le trois, il résulte six; posez-le au troisième rang. Multipliez le trois par le trois; il résulte neuf; posez cela au quatrième rang. Ensuite marquez le trois, passez au quatre, et multipliez par lui l'unité, ce qui donne quatre. Posez-le au troisième rang. Multipliez le deux par le quatre; il résulte huit; posez-le au quatrième rang, parce que le nombre de position des deux nombres multipliés l'un par l'autre est cinq, et le reste, si l'on en retranche un, quatre. Puis multipliez le trois par le quatre; il résulte douze. Placez-le au cinquième rang. Ensuite additionnez les résultats. Il viendra le nombre cherché, à savoir cent trente huit mille six cent soixante douze, ainsi : 138672 *).

Et si l'on vous dit : multipliez soixante quinze mille vingt par trois cent quatre, posez cela ainsi: **)

```
     |3 0 4
7 5 0 2 0
```

Ensuite multipliez le multiplicande tout entier par le trois, et posez ce qui provient de chaque nombre au-dessus de celui-ci. Après cela faites reculer le multicande [de deux rangs, multipliez-le] tout entier par quatre ***), et posez ce qui provient de chaque nombre au-dessus de celui-ci. Puis additionnez cela comme ci-dessus. Il résultera le nombre cherché, à savoir vingt deux millions huit cent six mille quatre-vingt, ainsi : 22806080.

Et si l'on vous dit : multipliez sept mille huit cent cinquante deux par mille cinq cent quarante trois, alors posez cela ainsi :

```
1 5 4 3
7 8 5 2
```

Ensuite multipliez toute la ligne inférieure, rang après rang, par chaque rang de la ligne supérieure, et posez les résultats où l'exige le rang des nombres de position. Puis additionnez les résultats. Vous aurez le nombre cherché, à savoir: douze millions cent quinze mille six cent trente six, ainsi : 12115636.

---

*) Voici l'opération figurée :

```
1 3 8 6 7 2
-----------
1 2
    8
      4
    9
      6
        3
      6
        4
          2
      -----
      . .
      4 3 2
      3 2 1
```

**) Cet exemple appartient évidemment à l'espèce précédente de la multiplication. Il paraît avoir été placé ici par erreur.

***) Le texte du manuscrit et très-corrompu en cet endroit.

Digitized by Google

La multiplication avec demi-transposition *). Elle s'applique exclusivement à deux nombres égaux.

La pratique de cette opération consiste à poser l'un des deux nombres qu'il s'agit de multiplier l'un par l'autre, sur une ligne, et à placer entre chacun de ses rangs (et le rang suivant) un point. Ensuite vous multipliez le dernier rang par lui-même, et posez au-dessus de lui le résultat. Puis vous ajoutez à ce multiplicateur un nombre qui lui est égal, et vous placez la somme à l'endroit où se trouve le point. Vous multipliez ce nombre redoublé par le nombre du rang précédent, et vous placez le résultat au-dessus de celui-là. Vous multipliez le nombre qui se trouve dans ce rang par lui-même, et posez au-dessus de lui le résultat. Ensuite vous ajoutez le nombre qui se trouve dans ce rang à lui-même, et vous posez la somme à l'endroit où se trouve le (second) point, en faisant passer le premier nombre redoublé, tel qu'il est, dans la place du nombre qu'on vient de doubler. Après cela vous multipliez, par le nombre qui se trouve dans le rang précédent, tous les rangs des nombres redoublés et ce nombre lui-même, et vous posez ce qui provient de chaque nombre au-dessus de celui-ci. On opère de la même manière si les rangs (du nombre proposé) sont nombreux.

Par exemple, si l'on vous dit: multipliez quatre cent trente huit par lui-même, posez cela ainsi: **)

4 ∴ 3 ∴ 8

Ensuite multipliez le quatre par lui-même; il résulte seize; posez le six au-dessus du quatre et l'unité après. Puis doublez le quatre; il résulte huit, ce que vous poserez au-dessous des points. Vous le multiplierez par le trois, il résulte vingt quatre. Posez le quatre au-dessus des points et le deux après. Ensuite multipliez le trois par lui-même; il résulte neuf; posez-le au-dessus du trois. Après cela doublez le trois; se sera six; posez-le au-dessous des points qui précèdent le trois, et faites passer le huit sous le trois. Ensuite multipliez, par le huit, le huit, le six et le huit lui-même; posez ce qui provient de chaque nombre au-dessus de celui-ci. Après cela additionnez les résultats; vous aurez le nombre cherché. C'est cent quatre vingt onze mille huit cent quarante quatre, ainsi: 191844.

Si le résultat du redoublement est dix, posez à l'endroit des points un zéro et l'unité après.

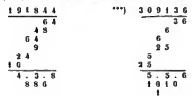
Par exemple, si l'on vous dit: multipliez cinq cent cinquante six par lui-même, posez cela ainsi : ***)

5 ∴ 5 ∴ 6

*) On reconnaîtra facilement que cette méthode n'est autre chose qu'une application pratique de la formule

$$(a + b + c + \ldots)^2 = a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2 + \ldots$$

) *)



Ensuite multipliez le cinq par lui-même, il résulte vingt cinq; posez-le au-dessus de la ligne. Après cela doublez le cinq; il résulte dix; posez un zéro au-dessous des points et l' unité après, sous le cinq. Ensuite multipliez par le cinq qui signifie cinquante, l'unité et le cinq lui-même, et posez les résultats pareillement au-dessus de la ligne. Puis doublez ce cinq; il résulte dix; posez un zéro au-dessous des points et l'unité après, sous le cinq. Ensuite déplacez le produit du (premier) redoublement qui se trouvait d'abord sous le cinq, et dans lequel le zéro n'a pas de valeur, de manière à mettre l'unité à la place du zéro. Après cela multipliez, par le six, les unités qui se trouvent au quatrième et au troisième rang et le six lui-même, et posez les résultats au-dessus de la ligne. Ensuite additionnez. Il résultera le nombre cherché, à savoir trois cent neuf mille cent trente six, ainsi : 309136.

Si le résultat du redoublement est composé d'unités et de dizaines, posez les unités à l'endroit des points et les dizaines après.

Par exemple, si l'on vous dit : multipliez sept cent quatre-vingt six par lui-même, posez cela ainsi : *)

7 ∴ 8 ∴ 6

Ensuite multipliez le sept par lui-même; il résulte quarante neuf; posez-le au-dessus de la ligne. Après cela doublez le sept; ce sera quatorze; posez le quatre au-dessous des points et l'unité après, sous le sept. Ensuite multipliez, par le huit, l'unité, le quatre et le huit lui-même, et posez les résultats au-dessus de la ligne. Après cela doublez le huit; il résulte seize; posez le six au-dessous des points et l'unité au-dessous du huit; ajoutez à celle-ci le quatre, ce qui donne cinq, et faites passer l'autre unité à la place du quatre. Ensuite multipliez tout cela par le six, et multipliez aussi le six par lui-même. Posez les résultats au-dessus de la ligne. Puis additionnez tout cela, et vous aurez le nombre cherché. C'est six cent dix-sept mille sept cent quatre-vingt seize, ainsi : 617796.

La multiplication au moyen du tableau. **) La pratique de cette opération consiste à prendre une surface carrée, à la partager en petits carrés, et à diviser chacun de ceux-ci en deux parties égales. Ensuite posez le multiplicateur au-dessus

---

*)

```
6 1 7 7 9 6
-----------
        3 6
      3 6
    3 0
    6
    6 4
  3 2
  8
4 9
-----------
  7 . 8 . 6
  1 4 1 6
    1 5 6
```

**) Le mot *djadwal* que je traduis ici par « tableau », est aussi le terme employé de préférence pour désigner des tables de quantités mathématiques, par exemple des tables de sinus, de longitude et de latitude, etc. La méthode de multiplication dont il s'agit ici, est aussi appelée par les Arabes la méthode du réseau, *chabaqah*.

Digitized by Google

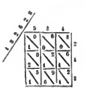
de cette figure et le multiplicande à sa droite; multipliez chaque rang de l'un par l'autre tout entier, et placez les unités du résultat dans l'une des moitiés du (petit) carré, et les dizaines dans l'autre. Puis additionnez les résultats. Vous obtiendrez le nombre cherché.

Par exemple, si l'on vous dit: multipliez soixante quatre par trois, posez cela ainsi :



Ensuite multipliez le quatre par le trois; il résulte douze; posez le deux dans la moitié du carré qui est à droite, et le dix *) dans l'autre moitié. Puis multipliez le six par le trois, et faites la même chose. Il résulte le nombre cherché, à savoir cent quatre vingt douze, ainsi : 192.

Et si l'on vous dit : multipliez trois cent quarante deux par cinq cent trente quatre, posez cela ainsi :



Ensuite multipliez le deux par le quatre; il résulte huit; posez-le dans le carré qui est à droite. Après cela multipliez le quatre par le quatre; il résulte seize; posez le six dans la moitié du carré qui se trouve près du quatre qui est le multiplicande, et l'unité dans l'autre moitié. Puis multipliez le trois par le quatre; il résulte douze; posez le deux dans la moitié du carré qui se trouve près du trois, et l'unité dans l'autre moitié. Ensuite passez, dans le multiplicateur, au trois, et multipliez par lui le deux; il résulte six; posez-le dans la moitié du carré qui se trouve près du trois. Puis multipliez le quatre par le trois, il résulte douze; posez le deux dans la moitié du carré où se rencontrent deux lignes droites menées des deux nombres multipliés l'un par l'autre; et posez l'unité dans l'autre moitié. Faites de même pour le reste de l'opération. Ensuite additionnez au-dessus du sommet gauche du carré ce qui se trouve entre les lignes de séparation. Le résultat sera cent quatre-vingt deux mille six cent vingt huit, ainsi: 182628.

§.

Il est indispensable de savoir par coeur la multiplication des unités les unes par les autres.

*) C'est à dire l'unité qui représente le dix.

Digitized by Google

Si l'on vous dit: deux fois deux, dites: le résultat est quatre; et deux fois trois est six. Répétez l'un des deux nombres multipliés l'un par l'autre autant de fois qu'il est contenu d'unités dans l'autre. Il en est de même pour le trois, le quatre et le cinq.

Et si l'on vous dit : multipliez six par lui-même, dites : le résultat est trente six; six fois sept est quarante deux ; six fois huit est quarante huit : six fois neuf est cinquante quatre; six fois dix est soixante.

Sept multiplié par lui-même est quarante neuf; sept fois huit est cinquante six; sept fois neuf est soixante trois; sept fois dix est soixante dix.

Huit fois huit est soixante quatre; huit fois neuf est soixante douze; huit fois dix est quatre-vingt.

Neuf fois neuf est quatre-vingt un; nenf fois dix est quatre-vingt dix.

Dix multiplié par lui-même est cent. Onze multiplié par lui-même est cent vingt un. Douze multiplié par lui-même est cent quarante quatre. Treize multiplié par lui-même est cent soixante neuf.

§. .

Ajoutons encore à ce chapitre plusieurs règles fondamentales dont on peut se contenter dans un certain nombre de cas.

Tout nombre multiplié par zéro produit zéro.

Tout nombre multiplié par l'unité produit ce nombre même.

Pour multiplier un nombre quelconque par deux, ajoutez-le à lui-même.

Pour multiplier un nombre quelconque par trois, ajoutez-le à son double.

Pour multiplier un nombre quelconque par quatre, doublez-le deux fois.

Pour multiplier un nombre quelconque par cinq , faites-le précéder d' un zéro, et prenez de cela la moitié.

Par exemple, si l'on vous dit : multipliez seize par cinq, faites précéder le seize d'un zéro, ce sera cent soixante, prenez-en la moitié, quatre-vingt, c'est le nombre cherché.

Et si l'ou vous dit: multipliez treize par cinq, faites précéder le treize d'un zéro, ce sera cent trente; prenez-en la moitié, soixante cinq, c' est le nombre cherché.

Pour multiplier un nombre quelconque par six , ajoutez-le à la moitié de son produit par dix. *)

Par exemple, si l'on vous dit: multipliez seize par six, ajoutez le seize à la moitié de son produit par dix, à savoir, à quatre-vingt, vous aurez quatre-vingt seize, ce qui est le nombre cherché.

Pour multiplier un nombre quelconque par sept, faites-le précéder d'un zéro, et retranchez son triple de son produit par dix.

Par exemple, si l'ou vous dit : multipliez douze par sept, retranchez trente six de cent vingt; il reste quatre-vingt quatre, ce qui est le nombre cherché.

*) Le mot arabe que je traduis par « produit par dix » est *'ikd*.

Digitized by Google

Pour multiplier un nombre quelconque par huit , faites le précéder d' un zéro et retranchez son double de son produit par dix.

Par exemple, si l'on vous dit: multipliez quatorze par huit, retranchez vingt-huit de cent quarante; il reste cent douze, ce qui est le nombre cherché; ainsi: 112.

Pour multiplier un nombre quelconque par neuf, faites-le précéder d'un zéro, et retranchez-le de nouveau du résultat; alors vous aurez le nombre cherché.

Par exemple, si l'on vous dit: multipliez vingt quatre par neuf, faites précéder le multiplicande d'un zéro; vous aurez deux cent quarante; retranchez-en vingt quatre, il reste deux cent seize, ce qui est le nombre cherché; ainsi: 216.

Pour multiplier un nombre quelconque par quatre-vingt dix-neuf, faites-le précéder de deux zéros et retranchez-le de nouveau du résultat.

Par exemple , si l' on vous dit : multipliez deux cent cinquante quatre par quatre-vingt dix-neuf, faites précéder le multiplicande de deux zéros, ainsi: 25400. Ensuite retranchez le multiplicande du résultat *); il reste vingt cinq mille cent quarante six, ainsi: 25146.

Pour multiplier un nombre quelconque par dix, faites-le précéder simplement d'un zéro; *pour le multiplier par cent*, de deux zéros; *pour le multiplier par mille*, de trois zéros.

Pour multiplier un nombre quelconque par onze, additionnez-le à lui-même avec changement d'un rang **).

Par exemple, si l'on vous dit: multipliez trois cent cinquante deux par onze, posez le multiplicande sur une ligne, et posez-le encore une fois au-dessous, de telle sorte que les unités de la ligne inférieure se trouvent au-dessous des dizaines de la ligne supérieure, ainsi :

```
  3 5 2
3 5 2
```

Ensuite additionnez les deux lignes, il résultera le nombre cherché, à savoir trois mille huit cent soixante douze, ainsi : 3872.

Pour multiplier un nombre quelconque par douze, placez sous ce nombre le même nombre de manière que les rangs se correspondent; ensuite placez-le encore une troisième fois sous les deux autres, mais de manière que les unités du troisième correspondent aux dizaines des deux autres. Additionnez tout cela, le résultat sera le nombre cherché.

Par exemple, si l'on vous dit : multipliez trente quatre par douze, posez cela ainsi :

```
  3 4
  3 4
3 4
```

*) Le mot arabe *djoumlah*, qui est employé ici, signifie proprement « agrégat, somme ».

**) C'est à dire en additionnant deux à deux non pas les chiffres du même ordre, mais ceux dont les ordres diffèrent d'une unité.

Digitized by Google

Ensuite additionnez; il résultera le nombre cherché, à savoir quatre cent huit; ainsi : 408.

Et si l'on vous dit: multipliez trois cent vingt trois par douze, posez cela ainsi:

```
  3 2 3
  3 2 3
3 2 3
```

Ensuite additionnez cela; il résultera le nombre cherché, à savoir trois mille huit cent soixante seize; ainsi: 3876.

Pour multiplier un nombre quelconque par quinze, ajoutez-le à sa moitié et faites-le précéder d'un zéro, s'il est pair; et s'il est impair, retranchez-en l'unité, ajoutez-le à la moitié du reste, et faites-le précéder d'un cinq.

Par exemple, si l'on vous dit : multipliez vingt quatre par quinze, ajoutez douze au vingt quatre, il résulte trente six; faites-le précéder d'un zéro; ce sera trois cent soixante; ainsi : 360.

Et si l'on vous dit: multipliez vingt neuf par quinze, ajoutez quatorze au multiplicande, et faites précéder la somme d'un cinq; vous aurez le nombre cherché, à savoir quatre cent trente cinq; ainsi: 435.

Pour multiplier un nombre quelconque par un nombre formé de deux rangs egaux, multipliez le nombre par l'un de ces derniers, et ajoutez le résultat à lui-même avec changement d'un rang.

Par exemple, si l'on vous dit : multipliez trente et un par vingt deux, multipliez le trente et un par deux, et ajoutez le résultat, qui est soixante deux, à lui-même avec changement d'un rang; il résultera le nombre cherché, à savoir six cent quatre-vingt deux; ainsi: 682.

Et si l'on vous dit : multipliez cinq cent trente quatre par quatre-vingt huit, multipliez le multiplicande par l'un des huit, et ajoutez le résultat à lui-même avec changement d'un rang; il résultera le nombre cherché, à savoir quarante six mille neuf cent quatre-vingt douze; ainsi 46992.

CHAPITRE QUATRIÈME.

DE LA DIVISION.

La division est la décomposition du dividende en des parties égales dont le nombre est égal au nombre qui est le diviseur. L'unité est au résultat (de la division) comme le diviseur est au dividende.

La pratique de cette opération *) consiste à placer le dividende sur une ligne, et à placer le diviseur sous le dernier rang du dividende, s'il est égal à ce rang ou plus petit. Ensuite vous chercherez un nombre qui, multiplié par le diviseur, anéantit ce qui se trouve au-dessus de celui-ci, ou laisse un reste plus petit que le diviseur. Après cela vous faites reculer le diviseur et vous continuez de la même manière jusqu'à la fin de l'opération.

*) Textuellement: « La pratique de ce chapitre. »

Digitized by Google

Par exemple, si l'on vous dit : divisez huit cent cinquante six par quatre, posez cela ainsi :

```
856
4
```

Ensuite cherchez un nombre que vous placerez sous le quatre, que vous multiplierez par celui-ci, et qui anéantira alors le huit; vous trouverez que ce nombre est deux. Après cela faites reculer le quatre de manière qu'il soit placé sous le cinq; cherchez un nombre à multiplier par quatre, vous trouverez que c'est l'unité, et vous aurez pour reste une unité que vous placerez au-dessus du cinq. Puis faites reculer le quatre de manière qu'il soit placé sous le seize et cherchez un nombre à multiplier par quatre, vous trouverez que c'est quatre. Alors le résultat sera deux cent quatorze *); ainsi : 214.

Et si l'on vous dit: divisez neuf cent vingt quatre par six, posez cela ainsi:

```
924
6
```

Ensuite cherchez un nombre que vous placerez sous le six, et que vous multiplierez par celui-ci. Vous trouverez que ce nombre est un, et il reste trois que vous placerez au-dessus du neuf. Faites reculer le six de manière qu'il soit placé sous le deux, et faites comme précédemment. Il résultera cent cinquante quatre **), ainsi : 154.

§.

Si le dernier rang (du dividende) est plus petit que ***) le diviseur, reculez celui-ci vers la droite.

Par exemple, si l'on vous dit: divisez deux cent quatre-vingt huit par six, posez cela ainsi :

```
288
6
```

et faites en sorte que le six se trouve au-dessous du vingt huit. Ensuite cherchez un nombre à multiplier par six. Vous trouverez que c'est quatre, et vous aurez pour reste quatre; posez-le au-dessus du huit. Après cela faites reculer le six de manière qu'il soit placé sous le premier huit, et cherchez un nombre à multiplier par le six. Vous trouverez que c'est huit. Le résultat sera donc quarante huit ****), ainsi : 48.

---

*)
```
  1
856
444
---
214
```

**)
```
32
924
666
---
154
```

***) Textuellement : ne supporte pas.

****)
```
 4
288
 66
---
 48
```

Digitized by Google

§.

S'il vous reste (à la fin de l'opération) un nombre plus petit que le diviseur, faites-en une fraction ayant pour dénominateur le diviseur *).

Par exemple, si l'on vous dit : divisez cinq cent soixante dix-neuf par huit, posez cela ainsi :

5 7 9
8

Ensuite cherchez un nombre que vous placerez au-dessous du huit, et que vous multiplierez par celui-ci; vous trouverez que c'est sept. Vous aurez pour reste un, que vous poserez au-dessus du sept. Après cela faites reculer le huit de manière qu'il soit placé sous le neuf, et cherchez un nombre que vous multiplierez par le huit; vous trouverez que c'est deux, et vous aurez pour reste trois. Écrivez le trois au-dessus du huit en tirant entre les deux une ligne. Le résultat sera soixante douze et trois huitièmes **), ainsi: $\frac{3}{8}$ 72.

§.

Si le diviseur est formé de plus d'un rang, décomposez-le, si vous voulez, dans les facteurs ***) dont il est composé, et divisez (le dividende) par ceux-ci, l'un après l'autre.

Par exemple, si l'on vous dit : divisez sept mille trois cent soixante cinq par quinze, posez cela ainsi : 7365. Ensuite décomposez le diviseur en cinq et trois, et divisez par trois, il résultera deux mille quatre cent cinquante cinq, ainsi: 2455. Puis divisez ce résultat par cinq; il résultera quatre cent quatre-vingt onze, ce qui est le nombre cherché, ainsi 491.

§.

Pour diviser un nombre quelconque par dix, placez au-dessus du dix le nombre qui se trouve au rang des unités, et ce qui vient après ce nombre ****) sera le résultat.

Par exemple, si l'on vous dit : divisez sept cent quarante trois par dix, posez

---

*) Textuellement : faites-en une portion par rapport à lui.

**)

$$\begin{array}{c} \ \ 1\ \ \\ 5\ 7\ 9 \\ \ \ 8\ 8 \\ \hline \frac{3}{8}\ 7\ 2 \end{array}$$

***) Le mot arabe que je traduis par « facteur » est *imdm* = « praeses, praepositus, dux, canon. » Il s'emploie seulement des facteurs d'un dénominateur, et signifie souvent « dénominateur » simplement.

****) Plus la fraction qu'on vient de former.

Digitized by Google

cela ainsi : 743. Ensuite placez le trois au-dessus du dix; ce sera trois dixièmes, et le résultat sera soixante quatorze et trois dixièmes, ainsi : $\frac{3}{10}$ 74.

Pour diviser par dix un nombre dans le premier rang duquel il se trouve un zéro, supprimez ce zéro, il restera le nombre cherché.

Par exemple, si l'on vous dit : divisez cinq mille trois cent soixante par dix, supprimez-en le zéro, et dites: ce qui résulte pour chacun des dix *), est cinq cent trente six; ainsi : 536.

CHAPITRE CINQUIÈME.

DE LA DÉCOMPOSITION DES NOMBRES DANS LES FACTEURS DONT ILS SONT COMPOSÉS.

Il faut que celui qui étudie cette science ait une sûreté parfaite dans (la théorie de) ce chapitre , parce que toutes les opérations reposent sur lui , de sorte qu'il est pour elles comme l'axe qui les fait tourner, et comme le soleil qui les éclaire.

La pratique de cette opération consiste à réduire **) le nombre, s'il est pair, par neuf. Si le nombre se réduit, il a un neuvième, un sixième et un tiers ***), comme trente six. S'il en reste trois ou six, il a un tiers et un sixième, comme quarante huit et soixante dix-huit. S'il ne se réduit pas , et s'il n'en reste ni trois, ni six, réduisez-le par huit. S'il se réduit, il a un huitième et un quart, comme deux cent quatre-vingt seize. S'il en reste quatre, le nombre a un quart, comme quatre-vingt douze. S'il ne se réduit pas, et qu'il n'en reste pas quatre, réduisez-le par sept. S'il se réduit, il a un septième, comme quatre-vingt dix-huit. S'il ne se réduit pas, il n'a que la moitié, comme quarante six; cherchez alors si sa moitié a d'autres ****) parties, dont la première est onze.

Si le nombre est impair, on le réduit par neuf. S'il se réduit par neuf, il a un neuvième et un tiers, comme soixante trois. S'il en reste trois ou six, il a seulement un tiers, comme quatre-vingt treize et quatre-vingt sept. S'il ne se réduit pas, et qu'il n'en reste ni trois, ni six, réduisez-le par sept. S'il se réduit, il a un septième, comme quarante neuf, et comme cinq cent trente neuf pareillement. S'il ne se réduit pas, cherchez parmi les parties, comme pour le

---

*) Cette tournure un peu inattendue s'explique par le verbe arabe, qui signifie « diviser par (dix) », et qui signifie en même temps « distribuer parmi (dix personnes) ».

**) Le mot *taraha* (voir ci-dessus, page 7, note 2.e) est employé dans le chapitre actuel d'une manière particulière. Suivi de deux numératifs qu'il régit tous les deux à l'accusatif, il signifie: rejeter ou soustraire l'un des nombres de l'autre autant de fois qu'il est possible, en d'autres termes, former le résidu de l'un par rapport à l'autre comme module. Pour me conformer autant que possible à la tournure de la phrase arabe, je traduirai ce mot par « réduire (un nombre par un autre nombre) ». Employé au passif ou à la septième forme, le verbe arabe signifie ici que le premier nombre, si l'on en rejette le plus grand multiple possible du second, est complètement épuisé, que le reste est nul. Je traduirai cela par « se réduire ».

***) C'est à dire le nombre est divisible par neuf, six et trois.

****) Le texte arabe ne porte pas « d'autres », mais seulement « des parties ». L'usage arabe justifie cette omission. En effet, pour désigner les fractions formées au moyen des nombres jusqu'à dix, les Arabes disent, comme nous, une moitié, un tiers, un dixième. Mais à partir de là, si le dénominateur n'est pas décomposable dans des facteurs qui se trouvent parmi les nombres jusqu'à dix, ils emploient le mot *partie*. Ainsi, pour exprimer deux quinzièmes, ils disent deux tiers d'un cinquième. Mais pour exprimer cinq dix-septièmes, ils diront : cinq *parties* de dix-sept *parties* de l'unité.

Digitized by Google

nombre cent vingt et un *), et pour le nombre deux cent trente neuf **) pareillement.

Si le nombre commence par cinq, il a un cinquième; et s'il commence par le zéro, il a un dixième, un cinquième et une moitié.

DE LA MANIÈRE D'EXÉCUTER PRATIQUEMENT LA RÉDUCTION.

Quant à la réduction par neuf, vous additionnez les parties ***) du nombre les unes aux autres, comme si c'étaient des unités, et vous réduisez (la somme) par neuf ****).

Par exemple, si l'on vous dit: réduisez deux cent trente quatre, posez cela ainsi : 234. Ensuite ajoutez le quatre au trois et au deux; vous aurez neuf, ce qui se réduit. Le nombre aura donc un neuvième, un sixième et un tiers.

Et si l'on vous dit : réduisez trois mille sept cent quatre-vingt six , posez cela ainsi: 3786. Opérez comme précédemment; il vous restera six. Donc ce nombre n'a pas de neuvième, mais il a un tiers et un sixième.

Et si l'on vous dit : réduisez trois cent dix-huit, posez cela ainsi: 318. Opérez comme précédemment; il vous restera trois. Vous direz donc que ce nombre a un tiers et un sixième.

Et si l'on vous dit: réduisez mille huit cent vingt sept, posez cela ainsi: 1827. Faites de nouveau la somme du nombre, comme si c'étaient des unités. Il en résultera dix-huit, ce qui se réduit. Vous direz donc que ce nombre a un neuvième et un tiers, mais qu'il n'a pas de sixième, car ce dernier se trouve seulement chez les nombres pairs.

Et si l'on vous dit : réduisez trois mille neuf cent vingt et un , posez cela ainsi : 3921. Opérez comme précédemment, vous aurez pour reste six , et vous direz que ce nombre a seulement un tiers.

Et si l'on vous dit : réduisez quatre cent cinquante trois, posez cela ainsi: 453. Opérez comme précédemment, vous aurez pour reste trois; donc vous direz que ce nombre a seulement un tiers.

Et si l'on vous dit : réduisez mille huit cent vingt trois, posez cela ainsi : 1823. Ensuite faites comme ci-dessus ; il restera cinq. Vous direz donc que ce nombre n'a ni de tiers, ni de neuvième.

Quant à la réduction par huit, négligez les centaines, si elles sont paires, parce qu'elles sont (en ce cas) réduisibles; multipliez par deux le nombre qui se trouve au rang des dizaines, ajoutez le résultat au nombre qui se trouve au rang des unités, et réduisez la somme. Si elle se réduit par huit, le nombre a un huitième et un quart, et s'il en reste quatre, il a un quart *****).

---

*) Ce nombre est divisible par onze.

**) Ce nombre est premier. Mais peut-être il se trouve ici par une erreur de copie (*thaldthoïna* au lieu de *thamdnoïna*) à la place de deux cent quatre-vingt neuf, qui est divisible par dix-sept.

***) C'est à dire les chiffres.

****) Car $a + 10b + 100c + 1000d + \dots = a + b + c + d + \dots + 9\{b + 11c + 111d + \dots\}$.

*****) La justesse de cette règle suit de l'identité

$$a + 10b + 100(2c) + 1000d + \dots = a + 2b + 8\ \{b + 25c + 125d + \dots\}$$

Digitized by Google

Par exemple, si l'on vous dit : réduisez quatre cent trente deux, posez cela ainsi : 432. Ensuite multipliez le nombre qui se trouve au rang des dizaines par deux, et ajoutez le résultat au nombre qui se trouve au rang des unités; il résulte huit, ce qui se réduit. Conséquemment le nombre proposé a un huitième et un quart.

Et si l'on vous dit : réduisez six cent douze, posez cela ainsi : 612. Ensuite multipliez les dizaines par deux, et ajoutez le résultat aux unités. La somme est quatre [donc le nombre a un quart].

Si les centaines sont impaires, leur reste est quatre; ajoutez quatre aux unités et à ce qui provient des dizaines *).

Par exemple, si l'on vous dit : réduisez cinq cent douze, posez cela ainsi : 512. Ensuite ajoutez le quatre qui reste du cent au deux qui se trouve au rang des unités, et au deux qui provient des dizaines. Vous obtiendrez huit, ce qui se réduit. Conséquemment le nombre proposé a un huitième et un quart.

Quant aux mille et aux rangs suivants, il n'est pas nécessaire d'y avoir égard, parce qu'ils sont réduisibles par huit.

Quant à la réduction par sept, considérez le dernier rang du nombre proposé comme des dizaines et ajoutez-y le nombre qui se trouve au rang précédent en le considérant comme des unités; réduisez la somme par sept. Ensuite ajoutez le reste, en le considérant de nouveau comme des dizaines, au nombre du rang précédent, et continuez à réduire de cette manière **).

Par exemple, si l'on vous dit : réduisez cinq mille deux cent trente six, posez cela ainsi : 5236. Ensuite posez pour le dernier rang cinquante, et ajoutez-y le rang précédent, ce sera cinquante deux; on en rejette quarante neuf; le reste est trois. Faites-en trente et ajoutez-y le rang précédent. Ce sera trente trois; on en rejette vingt huit; le reste est cinq. Faites-en des dizaines et ajoutez-y le rang précédent. Vous aurez cinquante six, ce qui se réduit. Donc le nombre proposé a un septième.

Si vous avez reconnu que le nombre a un neuvième, ou un huitième, ou un septième, ou un sixième, divisez d'abord par le dénominateur correspondant, et ensuite réduisez de nouveau le résultat en continuant de la même manière.

CHAPITRE SIXIÈME.

DE LA DÉNOMINATION.

La signification de ce terme est: la division d'un petit nombre par un grand nombre.

La pratique de cette opération consiste à décomposer le nombre d'après lequel on dénomme (le dénominateur) dans les facteurs dont il est composé, à les placer

---

*) En effet, on a

$$a + 10\,b + 100(2\,c + 1) + 1000\,d + \ldots = a + 2\,b + 4 + 8\,\{ b + 25\,c + 12 + 125\,d + \ldots \}$$

**) La justesse de cette règle suit de l'identité

$$a + 10\,b + 100\,c + 1000\,d + \ldots = a + 10\{ b + 10\,[c + 10\,(d + \ \ldots)]\}.$$

Digitized by Google

en réserve sous une ligne, et à diviser ensuite le nombre qu'il s'agit de dénommer (le numérateur) par ces facteurs l'un après l'autre. Vous obtiendrez alors le résultat cherché *).

Par exemple, si l'on vous dit : dénommez dix-neuf d'après trente cinq, décomposez le dénominateur en sept et cinq, et placez au-dessus de ces nombres une ligne. Divisez ensuite le numérateur d'abord par cinq; il résulte trois, et il reste quatre. Posez le reste au-dessus de cinq, et le résultat (le quotient) au-dessus du sept, parceque ces nombres sont plus petits que les autres. Vous aurez le résultat cherché, à savoir : trois septièmes et quatre cinquièmes d'un septième, ainsi : $\frac{4\;\;3}{5\;\;7}$.

Et si l'on vous dit : dénommez soixante quinze d'après cent quarante quatre, décomposez le dénominateur en neuf, huit et deux, et divisez le numérateur d'abord par le deux; il résulte trente sept, et il reste un que vous poserez au-dessus du deux. Divisez le quotient par huit; il résulte quatre; posez le quatre au-dessus du neuf. Le résultat sera quatre neuvièmes et cinq huitièmes d' un neuvième et la moitié d'un huitième d'un neuvième. Posez cela ainsi: $\frac{1\;\;5\;\;4}{2\;\;8\;\;9}$.

Et si l'on vous dit : dénommez cent quatre-vingt seize d'après trois cent quatre-vingt cinq, décomposez le dénominateur dans ses facteurs; ce sont onze, sept et cinq. Divisez par ceux-ci le numérateur; vous obtiendrez le résultat cherché, c'est cinq parties de onze et quatre septièmes d'une partie de onze et un cinquième d'un septième d'une partie de onze, ainsi : $\frac{1\;\;4\;\;5}{5\;\;7\;\;11}$.

---

*) Les indications données dans les lignes précédentes sont insuffisantes pour faire connaître l'exécution pratique de l'opération dont il s'agit ici, et pour faire obtenir le résultat sous la forme qu'exige l'usage de l'arithmétique arabe.

Soit proposé la fraction $\frac{M}{N}$

où $$M < N, \quad N = a \,.\, b \,.\, c \,.\, d, \quad a > b > c > d,$$

et soit $$\frac{M}{N} = \frac{m_1}{a} + \frac{m_2}{ab} + \frac{m_3}{abc} + \frac{m_4}{abcd}, \tag{1}$$

où $$m_1 < a, \quad m_2 < b, \quad m_3 < c, \quad m_4 < d;$$

on aura $$M = m_1 \,.\, bcd + m_2 \,.\, cd + m_3 \,.\, d + m_4 \,. \tag{2}$$

Les arithméticiens arabes divisent d'abord M par d, et obtiennent pour reste m_4 et pour quotient $\frac{M - m_4}{d}$. Ils divisent ce quotient par c, et obtiennent pour reste m_3 et pour quotient

$$\frac{\frac{M - m_4}{d} - m_3}{c} = \frac{M - m_4 - m_3 \,.\, d}{cd}\,.$$

Enfin ils divisent ce quotient-ci par b, et obtiennent pour reste m_2 et pour quotient m_1. Si ce procédé est juste, il faut que le dernier quotient

$$\frac{\frac{M - m_4 - m_3 \,.\, d}{cd} - m_2}{b} = \frac{M - m_4 - m_3 \,.\, d - m_2 \,.\, cd}{bcd}$$

soit égal à m_1. Mais c'est ce qui suit immédiatement de l'équation (2). Les arithméticiens arabes mettent le résultat, c'est à dire le second membre de l'équation (1), sous la forme suivante :

$$\frac{m_4\;\;m_3\;\;m_2\;\;m_1}{d\;\;\;c\;\;\;b\;\;\;a}\,.$$

Digitized by Google

CHAPITRE SEPTIÈME.

DU PARTAGE DES PORTIONS.

La pratique de cette opération consiste à additionner toutes les parties, à décomposer ce qui en provient dans les facteurs dont c'est composé, et à placer ceux-ci en réserve dans la troisième colonne. Ensuite posez la quantité qu'il s'agit de diviser, dans la seconde colonne qui vient après la colonne de la somme des portions. Après cela multipliez la portion de chacun par la quantité qu'il s'agit de diviser, et divisez le résultat par les facteurs placés en réserve. Vous obtiendrez le résultat cherché.

Par exemple, si l'on vous dit : de trois hommes l' un a vingt deux dînârs (pièces d'or), l'autre dix-neuf et le troisième sept; ils font du commerce, et ils gagnent douze dînârs. Alors additionnez ces portions; vous aurez quarante huit, ce qui est composé de huit et de six. Posez ces nombres après la colonne de la propriété *), c'est à dire du gain. Ensuite multipliez la portion de chacun par le gain, à savoir par douze, et divisez le résultat d'abord par six, et ce qui provient de cette division par huit. Le premier recevra cinq et quatre huitièmes, le second quatre et six huitièmes, et le troisième un et six huitièmes. Après cela additionnez les huitièmes; il en provient deux entiers. Posez-les sous la colonne du douze, ainsi :

6 ∴ 8	12	48	
0 4	5	22	Zaïd
0 6	4	19	Omar
0 6	1	7	Beqr

Si vous remarquez que les parties ont toutes un facteur commun, supprimez-le et réduisez chaque portion à sa quotité. Ensuite multipliez par la propriété.

Par exemple, si l'on vous dit : de trois hommes l'un a soixante trois (dînârs), l'autre trente cinq et le troisième vingt et un; ils font du commerce, et ils gagnent cinquante un dînârs. La portion de chacun a un septième; donc réduisez chaque portion à son septième. Alors le premier aura neuf, le second cinq et le troisième trois; la somme est dix-sept, et tel est le facteur **). Multipliez la quantité de chacune des parties par la propriété, et divisez le résultat par le facteur, à savoir par dix-sept. Il résultera pour le premier vingt sept dînârs, pour le second quinze, et pour le troisième neuf; ainsi :

17	51	17	119	
00	27	09	63	Zaïd
00	15	05	35	Omar
00	09	03	21	Beqr

*) Le mot arabe est *mâl*.

**) La somme étant un nombre premier, il n'y a dans ce cas qu'un seul facteur à placer dans la dernière colonne.

Digitized by Google

Si vous voulez, divisez le gain, à savoir cinquante un, par la somme des portions, à savoir dix-sept; vous aurez trois, ce qui est la partie du lot. Multipliez pour chacun par ce nombre.

Si les parties des portions renferment toutes ou en partie des fractions, cherchez le plus petit nombre qui contienne (comme facteurs) les dénominateurs des fractions, multipliez le numérateur total *) de chaque portion par ce nombre, et divisez le résultat par le dénominateur; alors vous aurez ce que vaut cette portion.

Par exemple, si l'on dit : de trois hommes l'un a deux dinârs et un tiers, l'autre trois et un demi, et le troisième sept, ils font du commerce, et gagnent dix dinârs; alors le plus petit nombre qui ait un tiers et une moitié est six. Conséquemment multipliez par lui, c'est à dire par six, le numérateur total du premier à savoir sept, et divisez le résultat par son dénominateur; alors le premier aura quatorze. Pour le second il résulte vingt un, et pour le troisième quarante deux, parce que ce dernier n'a pas de dénominateur. Après cela vous trouvez que toutes ces portions ont sept pour facteur commun. Donc vous réduirez chaque portion à son septième. Leur somme sera onze, et tel est le dénominateur par lequel vous divisez. Ensuite multipliez la portion de chacun par dix, et divisez le résultat par le dénominateur **). Il résultera pour le premier un dinàr et neuf parties de onze, pour le second deux dinârs et huit parties de onze, et pour le troisième cinq et cinq parties de onze, ainsi :

11	10	11	77	6	
09	01	02	14	$\frac{1}{3}$2	Zaïd
08	02	03	21	$\frac{1}{2}$3	Beqr
05	05	06	42	07	Omar

CHAPITRE HUITIÈME.

DE LA PREUVE.

Pour *l'addition*, l'opération (de la preuve) consiste à réduire ***) chacun des deux nombres additionnés, à en additionner les deux résidus, et à réduire de même cette somme. Ce qui reste alors est la réponse. Ensuite vous réduirez le résultat ****), (le résidu de celui-ci) sera identique à la réponse.

Par exemple, si l'on vous dit : ajoutez trente quatre à cinquante trois, posez cela ainsi :

5 3
3 4

Ensuite additionnez conformément aux règles précédemment données. Vous obtiendrez la somme, à savoir quatre-vingt sept, ainsi : 87. Si vous réduisez par

*) Le mot arabe que je traduis par « numérateur total », est *bast*, de *baçata* « expandit », et signifie le numérateur qu'on obtient en convertissant en fraction un nombre mixte.
**) Par onze.
***) Voir la première note du chapitre cinquième.
****) C'est à dire le résultat de l'addition proposée dont il s'agit de faire la preuve.

Digitized by Google

sept le nombre ajouté *), le reste est six; le reste du nombre auquel vous avez ajouté **) est quatre; la somme des deux restes est dix, et son reste trois, ce qui est la réponse. Et tel est aussi le reste du résultat ***).

Pour *la soustraction* l'opération consiste à réduire le nombre dont on retranche par sept ou par un autre nombre, et à placer le reste en réserve; à réduire ensuite le nombre retranché par la même réduction, et à soustraire le reste de celui qu'on a placé en réserve. Ce qui reste alors est la réponse. Et le résidu du reste de la soustraction (proposée) sera le même.

Par exemple, si l'on vous dit : retranchez vingt trois de cinquante quatre, posez cela ainsi :

5 4
2 3

Ensuite opérez d'après les règles précédemment données; vous aurez pour reste trente un, ainsi : 31. Après cela réduisez le nombre duquel vous avez retranché par sept ; il en reste cinq ; placez-le en réserve. Puis réduisez le nombre retranché; il en reste deux. Retranchez celui-ci du reste placé en réserve ; vous aurez pour reste trois, ce qui est la réponse; et tel est aussi le résidu du reste (de la soustraction).

Explication additionnelle. Si le résidu du nombre dont on retranche est plus petit que celui du nombre retranché, ajoutez au résidu du nombre dont on retranche un nombre égal à celui par lequel vous réduisez ****), et soustrayez de la somme le résidu du nombre retranché.

Par exemple, si l'on vous dit : retranchez deux cent vingt un de cinq cent trente trois, posez cela ainsi:

5 3 3
2 2 1

Ensuite faites comme précédemment. Il restera trois cent douze, ainsi : 312. Après cela réduisez le nombre dont on retranche, vous aurez pour reste un, ce que vous placerez en réserve. Puis réduisez le nombre retranché ; il en reste quatre, ce qu'on ne peut pas soustraire d'un. Donc ajoutez à celui-ci sept ; il résulte huit; vous en retrancherez le quatre, et il reste quatre, ce qui est la réponse; et tel est aussi le résidu du reste de la soustraction.

Vous opérerez de la même manière, s'il ne reste rien du nombre dont on retranche. *****)

Par exemple, si l'on vous dit: retranchez cent vingt trois de neuf cent dix-sept, posez cela ainsi:

9 1 7
1 2 3

Ensuite faites comme précédemment. Le reste sera sept cent quatre-vingt qua-

*) 34. **) 53. ***) 87.
****) C'est à dire ajoutez 7, si vous faites la preuve par 7; ajoutez 9, si vous faites la preuve par 9, etc.
*****) C'est à dire si ce nombre est un multiple exact du nombre par rapport auquel on fait la preuve.

Digitized by Google

torze, ainsi: 794; et la réponse du problème sera trois. Car le résidu du nombre retranché est quatre, ce que vous soustrairez de sept, parce qu'il ne reste rien du nombre dont on retranche.

Pour *la multiplication* vous réduisez chacun des deux nombres multipliés l'un par l'autre, vous multipliez le reste de l'un par le reste de l'autre, et vous réduisez le produit. Ce qui reste est la réponse. Ensuite vous réduisez le produit de la multiplication. (Le reste) sera identique à la réponse.

Par exemple, si l'on vous dit: multipliez dix-huit par douze, posez cela ainsi:

1 2
1 8

et opérez d'après les règles précédemment données. Vous obtiendrez deux cent seize, aiusi: 216. Ensuite réduisez le multiplicateur par sept, il en reste cinq; et du multiplicande il reste quatre. Formez le rectangle de ces deux nombres *), il résultera vingt, ce dont le reste est six; et tel est aussi le reste du produit.

Pour *la division* l'opération consiste a réduire le dividende; ce qui en reste est la réponse. Ensuite vous réduirez le résultat (de la division) et le diviseur, vous multiplierez le reste de l'un par celui de l'autre, et vous réduirez le produit. Le reste sera égal à la réponse.

Par exemple, si l'on vous dit: divisez deux cent quatre-vingt huit par dix-huit, posez cela ainsi :

2 8 8
1 8

Ensuite opérez d'après les règles précédemment données; vous obtiendrez seize. Après cela réduisez le dividende; il en reste un; placez-le en réserve, c'est la réponse. Puis réduisez le résultat (le quotient), il en reste deux; et du diviseur il reste quatre; le rectangle formé de ces deux nombres est huit, et de cela le reste est un, ce qui est égal à la réponse.

Pour *la dénomination* l'opération consiste à considérer le nombre qu'il s'agit de dénommer comme un dividende, et le nombre d'après lequel on dénomme comme un diviseur. Vous réduisez le nombre d'après lequel on dénomme et le résultat (de la dénomination), et vous multipliez le reste de l'un par celui de l'autre. Le reste qu'on obtient après avoir réduit le produit, est la réponse. Ensuite réduisez le nombre dénommé, et convertissez le reste dans l'espèce de la réponse en le multipliant par les dénominateurs du résultat (de la dénomination). Après cela vous réduirez ce produit; (le reste) sera identique à la réponse.

Par exemple, si l'on vous dit: dénommez quatre d'après douze, le résultat (de la dénomination) sera un tiers, et le résidu de celui-ci un. En effet, vous décomposez douze dans les facteurs dont il est composé, lesquels sont trois et

*) C'est à dire multipliez cinq par quatre.

Digitized by Google

quatre ; en divisant d' abord par quatre vous obtenez un , que vous placerez au-dessus du second facteur , et vous aurez un tiers. Le résidu du nombre d'après lequel vous dénommez *) est cinq. Donc multipliez le résidu de l'un par celui de l'autre, la réponse du problème sera cinq. Mais ces cinq sont des tiers; vous devez donc nécessairement convertir le reste du nombre dénommé, c'est à dire le quatre même qu'il s'agissait de dénommer, en tiers. Conséquemment multipliez le quatre par trois qui est le dénominateur du tiers; il résultera douze, dont le reste est cinq, ce qui est égal à la réponse.

Si vous aviez changé l'ordre des facteurs, et mis le quatre à la première place, vous auriez obtenu un quart et un tiers d'un quart. En ce cas le résidu **) est quatre ***), et le résidu du nombre d'après lequel on dénomme cinq. Multipliez le résidu de l'un par celui de l'autre; il résulte vingt, dont le reste est six , ce qui est la réponse. Mais ces (six) sont des quarts de tiers ou des tiers de quarts ****). Il faut donc nécessairement convertir le nombre dénommé suivant ce rapport, c'est à dire il faut multiplier le quatre par les facteurs (du dénominateur); vous obtiendrez quarante huit, dont le reste est six, ce qui est égal à la réponse.

Si vous aviez pris pour facteurs (du dénominateur) six et deux, il serait résulté deux sixièmes. En ce cas le résidu (du résultat de la dénomination) est deux, et le résidu du nombre d'après lequel on dénomme cinq. Le résidu du rectangle formé de ces deux nombres est trois, ce qui est la réponse. Mais ces trois sont des sixièmes; donc il faut nécessairement convertir le nombre dénommé en sixièmes; il résultera vingt quatre, dont le reste est trois, ce qui est égal à la réponse. C'est cette manière d'opérer qu'il faut prendre pour règle.

Et si l'on vous dit : dénommez quarante cinq d'après quatre-vingt seize, vous décomposerez le nombre d'après lequel il s'agit de dénommer en huit , six et deux; vous diviserez par ceux-ci, et il résultera trois huitièmes et quatre sixièmes d'un huitième et la moitié d'un sixième d'un huitième, ainsi: $\frac{1\ \ 4\ \ 3}{2\ \ 6\ \ 8}$. Le reste du numérateur total *****) de ce résultat est trois . Multipliez-le par le reste du nombre d'après lequel on dénomme, à savoir par cinq. Le reste du rectangle formé de ces deux nombres est un, ce qui est la réponse. Mais ce sont des moitiés de sixièmes de huitièmes ; donc il faut nécessairement convertir de la même manière le reste du nombre dénommé qui est trois, en le multipliant par tous les facteurs (du dénominateur). Le reste (du produit) est un , ce qui est (égal à) la réponse.

---

*) Le résidu de douze.
**) Du résultat de la dénomination.

***) C'est le numérateur obtenu en convertissant un et un tiers en tiers; $\frac{1}{4} + \frac{\frac{1}{3}}{4} = \frac{1 + \frac{1}{3}}{4} = \frac{\frac{4}{3}}{4}$.

****) Le texte qui est évidemment corrompu en cet endroit, porte : « ce sont quatre tiers et trois « quarts ».
*****) C'est à dire de quarante cinq.

Digitized by Google

DEUXIÈME PARTIE.

DES FRACTIONS.

INTRODUCTION.

DES NOMS DES FRACTIONS ET DE CE QUI S'Y RAPPORTE.

Les fractions ont dix noms, depuis la moitié jusqu'à la partie *). La figure de la moitié est une unité au-dessus du deux, ainsi : $\frac{1}{2}$; de même celle du tiers une unité au-dessus d'un trois : ainsi : $\frac{1}{3}$; et pareillement celle de la partie un de onze, ainsi : $\frac{1}{11}$.

Il y a cinq espèces de fractions : *les fractions simples*, *les fractions divisées en parties*, *les fractions relatives*, *les fractions hétérogènes* et *les fractions soustractives*.

Les fractions simples sont celles dont il vient d'être question. Le numérateur total d'une (fraction de cette espèce) est (le nombre) qui se trouve (écrit) en haut, que ce soit une unité, comme (dans) un neuvième, ou (un nombre) plus grand, comme (dans) huit neuvièmes. Il en est de même si les facteurs (du dénominateur) sont en plus grand nombre, comme (dans) trois quarts d'un neuvième.

(On trouve) le numérateur total de *la fraction divisée en parties* en multipliant les uns par les autres (les nombres écrits) au-dessus de la ligne. Les fractions divisées en parties sont celles dans lesquelles le rapport est exprimé jusqu'au dernier des facteurs du dénominateur sans faire usage de la particule de la liaison **).

Par exemple, si l'on vous dit : convertissez trois quarts de quatre cinquièmes de sept huitièmes, posez cela ainsi : $\frac{7}{8}\big|\frac{4}{5}\big|\frac{3}{4}$. Ensuite multipliez le trois par le quatre, et le résultat par le sept. Il résulte quatre-vingt quatre, ce qui est le numérateur total du problème, ainsi : 84.

Quant au numérateur total de *la fraction relative*, l'opération pour le (trouver) consiste à multiplier ce qui se trouve au-dessus du premier facteur (du dénominateur) par ce qui vient après le facteur correspondant, à ajouter au résultat ce qui se trouve au-dessus de ce (dernier facteur), et à multiplier pareillement par le troisième facteur et les autres.

Par exemple, si l'on vous dit : convertissez quatre cinquièmes et trois septièmes d'un cinquième et cinq huitièmes d'un septième d'un cinquième, posez cela ainsi: $\frac{5\ 3\ 4}{8\ 7\ 5}$. Ensuite multipliez le quatre par le sept; il résulte vingt huit. Ajoutez-y le trois, ce sera trente et un, et multipliez cela par le huit. Vous aurez deux cent quarante huit. Ajoutez-y le cinq, vous aurez pour somme deux cent cinquante trois, ce qui est le numérateur total du problème, ainsi : 253.

L'opération (pour trouver) le numérateur total de *la fraction hétérogène* con-

*) C'est à dire : il ya dix mots qu'on emploie pour énoncer les fractions, à savoir une moitié, un tiers, un quart, un cinquième, jusqu'à un dixième, et enfin le mot partie qui sert à énoncer toutes les fractions dont les dénominateurs ne sont pas décomposables dans les nombres depuis deux jusqu'à dix.

**) C'est à dire la particule « et ». L'auteur veut caractériser une fraction telle que « un tiers d'un quart », par opposition à une fraction telle que « un quart et un tiers d'un quart ».

Digitized by Google

siste à multiplier le numérateur total de chaque rangée par les facteurs (du dénominateur) de l'autre et à additionner les résultats.

Par exemple, si l'on vous dit : convertissez sept neuvièmes et deux tiers et quatre cinquièmes d'un tiers, posez cela en deux rangées ainsi: $\frac{4\ 2}{5\ 3}\ \frac{7}{9}$. Ensuite multipliez le sept par le trois, et le résultat par le cinq; vous aurez cent cinq. Réservez cela. Après cela multipliez le numérateur total de l'autre rangée, qui est quatorze, par le neuf; vous aurez cent vingt six. Ajoutez cela à (la quantité) réservée. Vous obtiendrez deux cent trente un, ce qui est le (nombre) cherché, ainsi : 231.

Quant au numérateur total de *la fraction soustractive*, si elle est *séparée*, multipliez le numérateur total de chacun des deux (termes dont elle est composée,) par les facteurs (du dénominateur) de l'autre, et retranchez le plus petit (des deux produits) du plus grand.

Par exemple, si l'on vous dit : convertissez huit neuvièmes et un quart d'un neuvième moins deux cinquièmes et trois quarts d'un cinquième, posez cela ainsi: $\frac{1\ 8}{4\ 9}$ moins $\frac{3\ 2}{4\ 5}$. Ensuite multipliez le numérateur total de (la fraction) dont on retranche, lequel est trente trois, par les facteurs (du dénominateur) de la (fraction) retranchée. Vous aurez six cent soixante. Réservez cela. Ensuite multipliez le numérateur total de la (fraction) retranchée, lequel est onze, par les facteurs (du dénominateur) de (la fraction) dont on retranche. Vous aurez trois cent quatre-vingt seize. Soustrayez cela de (la quantité) réservée. Vous aurez pour reste deux cent soixante quatre, ce qui est le numérateur total du problème, ainsi: 264.

Et si (la fraction soustractive) est *continue* *), multipliez le numérateur total de (la fraction) dont on retranche par les facteurs (du dénominateur) de la (fraction) retranchée, et réservez le résultat. Ensuite multipliez le numérateur total de la (fraction) retranchée par le numérateur total de (la fraction) dont on retranche, et soustrayez le résultat de la (quantité) réservée. Vous aurez pour reste le numérateur total.

Par exemple, si l'on vous dit : convertissez cinq septièmes et un tiers d'un septième moins un huitième et quatre cinquièmes d'un huitième, posez cela ainsi: $\frac{4\ 1\ \text{moins}\ 1\ 5}{5\ 8\ \quad\ \ 3\ 7}$. Ensuite multipliez le numérateur total de (la fraction) dont on retranche, lequel est seize, par les facteurs (du dénominateur) de la (fraction) retranchée. Vous aurez six cent quarante. Réservez cela. Ensuite multipliez le numérateur total de la (fraction) retranchée, lequel est neuf, par le numérateur total de (la fraction) dont on retranche, lequel est seize. Il résultera cent quarante quatre. Soustrayez cela de la (quantité) réservée. Vous aurez pour reste le numérateur total, à savoir quatre cent quatre-vingt seize, ainsi : 496.

---

*) L'auteur entend par cette expression que le second des deux termes de la différence est considéré comme dépendant du premier; c'est à dire en écrivant $\frac{a}{b}$ moins $\frac{c}{d}$, il entend dire, dans ce cas, $\frac{a}{b}$ moins $\frac{c}{d}$ de $\frac{a}{b}$; de sorte que la valeur de cette différence sera $\frac{a}{b} \cdot \frac{d-c}{d} = \frac{ad-ac}{bd}$.

Digitized by Google

§.

Si le nombre entier se trouve (combiné) avec une fraction, et qu'il la précède *), on le multiplie par les facteurs (du dénominateur), et on ajoute (le produit) au numérateur total (de la fraction).

Par exemple, si l'on vous dit: convertissez quatre et trois cinquièmes et un tiers d'un cinquième, posez cela ainsi : $\frac{1\ 3}{3\ 5}\,4$. Ensuite multipliez le quatre par le cinq, et ajoutez au résultat le trois; ce sera vingt trois. Multipliez cela par trois, et ajoutez au résultat l'unité; ce sera soixante dix, et tel est le numérateur total du problème.

Si le nombre entier suit (la fraction), multipliez-le par le numérateur total (de la fraction).

Par exemple, si l'on vous dit : convertissez cinq huitièmes et trois quarts d'un huitième de sept, posez cela ainsi : $7\,\frac{3\ 5}{4\ 8}$. Ensuite multipliez le cinq par le quatre, ajoutez au résultat le trois, et multipliez la somme par le sept. Vous obtiendrez cent soixante un, ce qui est le numérateur total du problème, ainsi : 161.

Si le nombre entier se trouve au milieu (entre deux fractions) étant rapporté à la première des deux fractions, l'opération est pareille à ce qui a lieu pour les fractions hétérogènes. C'est à dire que vous multipliez le numérateur total de la première fraction par le (nombre entier), et le résultat par le dénominateur de la dernière fraction, et que vous réservez le résultat. Ensuite vous multipliez le numérateur total de la dernière fraction par les facteurs (du dénominateur) de la première fraction, et vous ajoutez le résultat à la (quantité) réservée.

Par exemple, si l'on vous dit : convertissez quatre huitièmes et un tiers d'un huitième de quatre, et sept huitièmes; posez cela ainsi : $\frac{7}{8}\,4\,\frac{1\ 4}{3\ 8}$. L'une des deux parties sera les sept huitièmes, et l'autre partie tout ce qui précède. Ensuite multipliez le numérateur total de la première fraction, lequel est treize, par le quatre. Il résulte cinquante deux. Multipliez cela par le huit, il résulte quatre cent seize. Réservez cela. Ensuite multipliez le sept par les facteurs (du dénominateur) de la première fraction; vous obtiendrez cent soixante huit. Ajoutez cela à la (quantité) réservée. Il résultera cinq cent quatre-vingt quatre, ce qui est le numérateur total du problème, ainsi : 584.

Si le nombre entier est rapporté à la seconde fraction, l'opération est pareille à celle qui a lieu pour les fractions divisées en parties, c'est-à-dire que vous multipliez le numérateur total de l'une des deux parties par le numérateur total de l'autre.

Par exemple, si l'on vous dit : convertissez cinq huitièmes et trois quarts d'un huitième, de cinq et quatre neuvièmes : posez cela ainsi : $\frac{4}{9}\,5\,\frac{3\ 5}{4\ 8}$. L'une des deux parties sera le nombre entier et ce qui le suit, et l'autre partie sera la première fraction. Ensuite multipliez le cinq par le neuf, et ajoutez au résultat

*) Il faut se rappeler que l'écriture arabe procède de droite à gauche.

Digitized by Google

le quatre; ce sera quarante neuf. Multipliez cela par le numérateur total de la première fraction, qui est vingt trois. Vous obtenez mille cent vingt sept, ce qui est le numérateur total du problème, ainsi : 1127.

CHAPITRE PREMIER.

DE L'ADDITION DES FRACTIONS.

La pratique de cette opération consiste à multiplier le numérateur total de chacune des deux (fractions) additionnées par les facteurs (du dénominateur) de l'autre, à additionner les deux résultats, et à diviser la (somme) par l'ensemble des facteurs (des dénominateurs).

Par exemple, si l'on vous dit : additionnez cinq sixièmes et trois quarts d'un sixième à trois septièmes et un cinquième d'un septième, posez cela ainsi :



Ensuite convertissez la quantité ajoutée, c'est à dire multipliez le cinq par le quatre, et ajoutez au résultat le trois; ce sera vingt trois. Multipliez cela par les facteurs de l'autre rangée, vous aurez huit cent cinq. Réservez cela. Puis convertissez la quantité à laquelle vous ajoutez, c'est à dire multipliez le trois par le cinq et ajoutez au résultat l'unité; ce sera seize. Multipliez cela par les facteurs de l'autre rangée; vous aurez trois cent quatre-vingt quatre. Ajoutez cela à la quantité réservée. Il résultera mille cent quatre-vingt neuf, ainsi : 1189. Divisez ce résultat par les facteurs (des dénominateurs), ce qui se fait de la manière suivante. Rangez au-dessous d'une ligne d'abord le sept, et après cela le six, le cinq et le quatre. Ensuite vous commencez par diviser (le nombre 1189) par le quatre. Vous écrivez au-dessus de celui-ci le reste (obtenu), et vous divisez le (quotient) qui résulte (de cette première division) par le cinq. Vous continuez ainsi jusqu'à la fin de l'opération *). Le résultat sera une unité entière et deux septièmes et cinq sixièmes d'un septième et deux cinquièmes d'nn sixième d'un septième et un quart d'nn cinquième d'un sixième d'un septième; ainsi : $\frac{1\ 2\ 5\ 2}{4\ 5\ 6\ 7}\,1$.

CHAPITRE DEUXIÈME.

DE LA SOUSTRACTION DES FRACTIONS.

La pratique de cette opération consiste pareillement à multiplier le numérateur total de chacune des deux (fractions) dont on retranche l'une de l'autre, par les facteurs (du dénominateur) de l'autre, à soustraire le plus petit du plus

*) Voici cette opération complète :

4	1 1 8 9	1
5	2 9 7	2
6	5 9	5
7	9	2
	1	

Digitized by Google

grand des deux résultats, et à diviser ce qui reste par tous les facteurs (des dénominateurs).

Par exemple, si l'on vous dit: retranchez cinq septièmes et un tiers d'un septième de huit neuvièmes et quatre cinquièmes d'un neuvième, posez cela ainsi:

$$\frac{4\ \ 8}{5\ \ 9}$$

$$\frac{1\ \ 5}{3\ \ 7}$$

Ensuite multipliez le numérateur total de la (fraction) dont on retranche, à savoir quarante quatre, par les facteurs (du dénominateur) de la (fraction) retranchée. Il résultera neuf cent vingt quatre. Réservez cela. Ensuite multipliez le numérateur total de la (fraction) retranchée, à savoir seize, par les facteurs (du dénominateur) de la (fraction) dont on retranche. Il résultera sept cent vingt. Retranchez cela de la quantité réservée. Vous aurez pour reste deux ceut quatre. Divisez cela par l'ensemble des facteurs (des dénominateurs). Il résultera un neuvième et six septièmes d'un neuvième et trois cinquièmes d'un septième d' un neuvième *), ainsi : $\frac{0\ \ 3\ \ 6\ \ 1}{3\ \ 5\ \ 7\ \ 9}$.

CHAPITRE TROISIÈME.

(DE LA MULTIPLICATION DES FRACTIONS.

La pratique de cette opération consiste à multiplier le numérateur total de l'une des deux (fractions) multipliées l'une par l'autre par le numérateur total de l'autre et à diviser le résultat par les facteurs (des dénominateurs).

Par exemple, si l'on vous dit : multipliez trois quarts et cinq sixièmes d'un quart et trois septièmes d'un sixième d'un quart par cinq septièmes et trois quarts d'un septième et un tiers d'un quart d'un septième, posez cela ainsi :

$$\frac{3\ \ 5\ \ 3}{7\ \ 6\ \ 4}$$

$$\frac{1\ \ 3\ \ 5}{3\ \ 4\ \ 7}$$

Ensuite convertissez le multiplicande, ce que vous faites en multipliant le trois par le six, en ajoutant au résultat le cinq, en multipliant la somme par le sept, et en ajoutant au résultat le trois. Vous obtiendrez cent soixante quatre. Multipliez cela par le numérateur total du multiplicateur, lequel est soixante dix. Il résultera onze mille quatre cent quatre-vingt, ainsi : 11480. Divisez ce résultat par les facteurs (des dénominateurs); il résultera cinq septièmes et quatre septièmes d'un septième et cinq sixièmes d'un septième d'un septième et deux quarts

*) Voici l'opération par laquelle on trouve cette expression :

$$\begin{array}{r|c|l} 3 & 2\ 0\ 4 & 0 \\ 5 & 6\ 8 & 3 \\ 7 & 1\ 3 & 6 \\ 9 & 1 & 1 \\ & 0 & \end{array}$$

d'un quart d'un sixième d'un septième d'un septième et deux tiers d'un quart d'un quart d'un sixième d'un septième d'un septième, ainsi : $\frac{2\ 0\ 0\ 5\ 4\ 5}{3\ 4\ 4\ 6\ 7\ 7}$.

§.

Et si l'on vous dit : prenez d'un nombre et d'une fraction une certaine fraction, alors multipliez le numérateur total de (la quantité mixte) dont vous prenez (la fraction) par le numérateur total de la (fraction) prise, et divisez le résultat par l'ensemble des facteurs (des dénominateurs).

Par exemple, si l'on vous dit : de quatre et trois cinquièmes prenez six septièmes et un tiers d'un septième, posez cela ainsi :

$$\frac{3}{5}\ 4$$
$$\frac{1\ 6}{3\ 7}$$

Ensuite convertissez (la quantité) dont vous prenez (la fraction), ce que vous faites en multipliant le quatre par le cinq et en ajoutant au résultat le trois. Il résultera vingt trois. Multipliez cela par le numérateur total de la (fraction) prise, lequel est dix-neuf. Il résultera quatre cent trente sept, ainsi : 437. Divisez ce résultat par les facteurs (des dénominateurs). Vous aurez pour résultat quatre entiers et un septième et deux tiers d'un cinquième d'un septième, ainsi: $\frac{2\ 0\ 1}{3\ 5\ 7}\ 4$.

CHAPITRE QUATRIÈME.

DE LA DIVISION DES FRACTIONS.

La pratique de cette opération consiste à multiplier le numérateur total de chacune des deux (fractions) divisées l'une par l'autre par les facteurs (du dénominateur) de l'autre, et à diviser le produit du dividende par celui du diviseur, après avoir décomposé ce (dernier produit) dans les facteurs dont il est composé.

Par exemple, si l'on vous dit : divisez trois quarts et cinq septièmes d'un quart par deux cinquièmes et six septièmes d'un cinquième, posez cela ainsi :

$$\frac{5\ 3}{7\ 4}$$
$$\frac{6\ 2}{7\ 5}$$

Ensuite multipliez le numérateur total du dividende, lequel est vingt six, par les facteurs (du dénominateur) du diviseur. Vous aurez pour résultat neuf cent dix. Réservez cela. Après cela multipliez le numérateur total du diviseur, lequel est vingt, par les facteurs (du dénominateur) du dividende; vous aurez pour résultat cinq cent soixante. Décomposez ce (nombre) dans les facteurs dont il est composé; ce sont dix, huit et sept; et divisez par ceux-ci la (quantité) réservée. Vous aurez pour résultat un entier et six dixièmes et deux huitièmes d'un dixième, ainsi : $\frac{0\ 2\ 6}{7\ 8\ 10}\ 1$.

CHAPITRE CINQUIÈME.

DE LA DÉNOMINATION DES FRACTIONS.

La pratique de cette opération est pareille à celle de la division (des fractions),

Digitized by Google

si ce n'est que vous dénommez le produit de la (fraction) dénommée d'après le produit de la (fraction) d'après laquelle vous dénommez. *)

Par exemple, si l'on vous dit : dénommez trois quarts d'après six septièmes, posez cela ainsi.



Ensuite multipliez le trois par le sept, il résultera vingt un. Réservez cela. Après cela multipliez le six par le quatre, il résultera vingt quatre. Décomposez ce résultat dans (les facteurs) dont il est composé, à savoir huit et trois. Divisez par ceux-ci la quantité réservée. Vous aurez pour résultat la (quantité) cherchée, à savoir sept huitièmes, ainsi : $\frac{0\ 7}{3\ 8}$.

CHAPITRE SIXIÈME.

DE LA RESTAURATION **) DES FRACTIONS.

La pratique de cette opération consiste à diviser la (quantité) à laquelle il s'agit de parvenir par la restauration, laquelle est celle qui suit (le mot) « pour », par la (quantité) restaurée, laquelle est celle qui précède ce (mot). Ce qui résulte est la (quantité) cherchée, et si cela est multiplié par la (quantité) restaurée, il résulte la (quantité) à laquelle on parvient par la restauration.

Par exemple, si l'on vous dit : par quelle quantité restaurez-vous quatre neuvièmes pour que cela devienne deux tiers ? alors posez cela ainsi :

$$\frac{4}{9} \quad \text{pour} \quad \frac{2}{3}.$$

Ensuite divisez les deux tiers par les quatre neuvièmes, conformément à ce qui précède, c'est à dire en multipliant le deux par le neuf, d'où il résulte dix-huit, ce qui est le résultat du dividende. Réservez cela. Puis multipliez le quatre par le trois; il résulte douze. Décomposez-le en quatre et trois, et divisez (par ces nombres) le dix-huit. Vous obtiendrez un entier et deux quarts, ainsi : $\frac{0\ 2}{3\ 4}$ 1. Et si vous multipliez un et deux quarts par quatre neuvièmes, conformément à ce qui vous a été exposé précédemment sur la multiplication des fractions; je veux dire, si vous multipliez, après avoir converti (la quantité mixte), le numérateur total par quatre, et que vous divisez le résultat par quatre et neuf seulement, il résultera six neuvièmes, ce qui est deux tiers, ainsi : $\frac{0\ 6}{4\ 9}$.

CHAPITRE SEPTIÈME.

DE L'ABAISSEMENT DES FRACTIONS.

La pratique de cette opération consiste à dénommer la (quantité) à laquelle on abaisse d'après la (quantité) abaissée. Ce qui résulte est la (quantité) cherchée.

Par exemple, si l'on vous dit : par quelle quantité abaissez-vous sept huitièmes pour que cela devienne un demi ? alors posez cela ainsi :

---

*) Au lieu de diviser le produit du dividende par celui du diviseur.

**) Le terme arabe que je traduis par « restauration », est le mot *djabr*, qui est, comme on sait, l'un des deux termes qui forment ensemble le nom arabe de l'algèbre.

Digitized by Google

$\frac{7}{8}$ pour $\frac{1}{2}$.

Ensuite multipliez le numérateur total de la (quantité) à laquelle on abaisse, lequel est un, par le dénominateur de la (quantité) abaissée. Il résulte huit. Réservez cela. Après cela multipliez le numérateur total de la (quantité) abaissée, lequel est sept, par le dénominateur de la (quantité) à laquelle on abaisse, lequel est deux. Il résulte quatorze, ce qui est composé de sept et de deux. Posez ces (nombres) au-dessous d'une ligne, et divisez par les mêmes le huit réservé. Vous aurez pour résultat quatre septièmes, ainsi : $\frac{0\ \ 4}{2\ \ 7}$. Et si vous multipliez quatre septièmes par sept huitièmes, il résulte après la division par les facteurs (des dénominateurs), lesquels sont sept et huit, quatre huitièmes, ce qui est un demi. C'est d'après cette méthode (qu'on procède aussi dans toute autre opération de ce genre).

CHAPITRE HUITIÈME.

DE LA TRANSFORMATION DES (FRACTIONS).

La transformation est le passage de la fraction d'un nom à un autre nom.

La pratique de cette opération consiste à multiplier le numérateur total de la (fraction) transformée par les facteurs (du dénominateur) de la (fraction) en laquelle on transforme, et à diviser d'abord ce qui en provient par les facteurs (du dénominateur) de la (fraction) transformée, et ensuite le résultat par ceux de la (fraction) en laquelle on transforme.

Par exemple, si l'on vous dit : cinq septièmes et une moitié d'un septième, combien sont-ce de tiers d'un huitième ? alors posez cela ainsi :

$$\frac{1\ \ 5}{2\ \ 7} \quad \text{combien} \quad \frac{\quad}{3\ \ 8}$$

Ensuite multipliez le numérateur total de la (fraction) transformée, lequel est onze, par les facteurs (du dénominateur) de la (fraction) en laquelle on transforme. Il résulte deux cent soixante quatre, ainsi : 264. Divisez ce résultat par les facteurs (des dénominateurs) de manière que les facteurs de la (fraction) en laquelle on transforme précèdent, et que ceux de la (fraction) transformée suivent. Vous aurez pour résultat six huitièmes et six septièmes d'un tiers d'un huitième, ainsi : $\frac{0\ \ 6\ \ 0\ \ 6}{3\ \ 7\ \ 3\ \ 8}$.

Digitized by Google

TROISIÈME PARTIE.

DES RACINES.

INTRODUCTION.

Aldjadzr avec la fatha (*a*), ou aussi bien *aldjidzr* avec le kesra (*i*), signifie la racine. Dans le langage technique (ce terme) désigne un nombre tel que, si on le multiplie par lui-même, il vient le nombre dont on cherche la racine. La racine est rationnelle ou irrationnelle. Si un nombre commence par le deux, le trois, le sept, le huit, ou un nombre impair de zéros, cela indique qu'on ne peut pas prendre la racine du nombre. Il est alors certain que le nombre n'a pas de racine rationnelle, et on peut seulement prendre la racine par approximation, d'après la méthode qui sera exposée ci-dessous, si telle est la volonté de Dieu dont le nom soit exalté. En dehors de ce cas on peut tantôt prendre la racine, et tantôt non, comme lorsque le nombre commence par un (chiffre) indiquant un carré, à savoir l'unité, le quatre, le cinq, le six, le neuf, ou un nombre pair de zéros suivi d'un (chiffre) indiquant un carré.

CHAPITRE PREMIER.

DE LA MANIÈRE DE PRENDRE LA RACINE D'UN NOMBRE ENTIER QUI A UNE RACINE.

La pratique de cette opération consiste à compter les rangs du (nombre proposé) en (disant alternativement) « racine, point de racine », jusqu'à la dernière place qui soit affectée de « racine »; puis à chercher un nombre que vous poserez sous cette (dernière place), que vous multiplierez en lui-même, et lequel alors fera évanouir ce (nombre) qui est placé au-dessus de lui, ou en laisse un reste. Ensuite vous prenez le double du nombre qui avait été multiplié en lui-même, vous le faites reculer (de manière qu'il se trouve) au-dessous de la place qui est affectée de « point de racine », et vous cherchez un nombre que vous poserez sous la (place) précédente affectée de « racine », et lequel, multiplié par le nombre redoublé et par lui-même, fasse évanouir ce (nombre) qui est placé au-dessus de lui, ou en laisse un reste. Et ainsi de suite jusqu'à la fin de l'opération.

Par exemple, si l'on vous dit : combien est la racine de cent quarante quatre, posez cela ainsi : 144, et placez au-dessus de la première place un point, et de même au-dessus de la troisième. Ensuite cherchez un nombre que vous poserez au-dessous de la troisième place, et que vous multiplierez en lui-même. Vous trouverez que c'est un. Après cela doublez cette unité, c'est à dire ajoutez-y (un nombre) qui lui est égal; ce sera deux. Posez cela au-dessous du quatre, à savoir de celui qui n'est pas affecté de « racine ». Cherchez un nombre que vous poserez sous la place précédente affectée de « racine »; vous trouverez que c'est deux. Multipliez cela par la place doublée et par lui-même. Vous ferez évanouir ce (nombre) qui se trouve au-dessus. Le résultat sera donc douze, ce

Digitized by Google

qui est la racine *). Et si vous multipliez douze en lui-même, vous aurez le nombre dont on cherchait la racine, à savoir cent quarante quatre.

Et si l'on vous dit: combien est la racine de sept mille cinq cent soixante neuf, posez cela ainsi : 7569. Ensuite comptez-en les rangs en (disant) « racine, pas de racine ». Vous trouverez que le troisième rang est affecté de « racine ». Conséquemment cherchez un nombre que vous placerez au-dessous de ce (rang), que vous multiplierez en lui-même, et qui alors fera évanouir ce qui se trouve au-dessus de lui, à savoir soixante quinze, ou en laissera un reste. Vous trouverez que c'est huit, et il reste onze. Placez cela au-dessus du cinq qui est la place affectée de « racine ». Ensuite doublez le huit; ce sera seize. Placez cela sur sa ligne la plus basse, au-dessous de la (place) affectée de « point de racine », et cherchez un nombre que vous poserez sous la place affectée de « racine », à savoir sous la première (place), que vous multiplierez par le nombre doublé et par lui même, et qui alors fera évanouir ce qui se trouve au-dessus de lui. Vous trouverez que c'est sept. Le résultat sera donc quatre-vingt sept, ce qui est la racine, ainsi : 87. **)

Et si l'on vous dit : combien est la racine de cent trente trois mille deux cent vingt cinq, posez cela ainsi : 133225. Ensuite comptez les rangs comme précédemment. Vous trouverez que le cinquième est affecté de « racine ». Cherchez donc un nombre que vous placerez au-dessous de ce (rang) et que vous multiplierez en lui-même. Vous trouverez que c'est trois, et vous aurez pour reste quatre. Placez cela au-dessus du trois. Ensuite doublez le trois; ce sera six. Placez cela au-dessous de la (place) précédente qui n'est pas affectée de « racine », et cherchez un nombre que vous poserez sous la (place) précédente affectée de « racine », et que vous multiplierez par le six et par lui-même. Vous trouverez que c'est six. Vous aurez pour reste trente six. Posez cela au-dessus de la ligne. Après cela doublez le six; ce sera douze. Posez le deux sous la (place) qui n'est pas affectée de « racine », à savoir sous le deux, et le dix à sa suite sous la forme d'une unité. Ensuite faites reculer le six, et joignez-le à l'unité; ce sera sept. Puis cherchez un nombre que vous poserez sous la première place, que vous multiplierez par le sept, par le deux et par lui-même, et qui fera alors évanouir ce qui se trouve au-dessus de lui, à savoir trois mille six cent

*) On peut figurer comme il suit l' extraction de la racine telle qu' elle est décrite dans les lignes précédentes :

```
·   ·
1 4 4
1   2
  2
```

**) On peut figurer cette opération de la manière suivante :

```
1 1
  ·   ·
7 5 6 9
  8   7
  1 6
```

vingt cinq. Vous trouverez que c'est cinq. La racine du problème sera donc trois cent soixante cinq, ainsi : 365. *)

Pour celui qui connaît bien la multiplication avec demi-transposition **), les opérations relatives aux racines sont faciles.

Et si l'on vous dit : combien est la racine de cinq millions trois cent trente six mille cent, posez cela ainsi : 5336100. Ensuite opérez d'après ce qui précède. Vous aurez pour racine deux mille trois cent dix, ainsi : 2310.

Et si l'on vous dit : combien est la racine d'un million six cent quatre-vingt dix mille, posez cela ainsi : 1690000. Ensuite prenez la racine du nombre comme précédemment, et faites-la précéder de la moitié des zéros. La racine du problème sera mille trois cent, ainsi : 1300.

CHAPITRE DEUXIÈME.

DE LA MANIÈRE DE PRENDRE PAR APPROXIMATION LES RACINES DES NOMBRES QUI N'ONT PAS DE RACINE (RATIONNELLE).

L'opération consiste à procéder d'après ce qui précède en (comptant les rangs du nombre proposé, et disant alternativement) « racine, pas de racine », jusqu'au dernier (chiffre du nombre proposé), et à en prendre la racine. Ensuite, si le reste est égal à la racine ou plus petit, divisez-le par ***) le double de la racine entière, et ajoutez ce qui en résulte à la racine; (la somme) sera ce que vous avez cherché. ****)

Par exemple, si l'on vous dit : combien est la racine de cent cinquante six, posez cela ainsi : 156. Ensuite prenez-en la racine d'après ce qui précède, ce sera douze; et il restera douze. Dénommez cela d'après le double de la racine, ce sera un demi. Ajoutez cela à la racine entière. La racine du problème sera douze et demi, ainsi: $\frac{1}{2}$ 12. Et si vous élevez au carré ce résultat, c'est à dire si vous multipliez le numérateur total par lui-même, et que vous divisez le résultat par quatre, il résulte le nombre dont vous cherchez la racine, et un quart. Ce quart est la quantité qui indique le degré de l'approximation. Et pareillement toutes les fois qu'il y aura un demi dans la racine, l'approximation sera d'un quart. *****)

---

*) On peut figurer cette opération de la manière suivante :

```
  4 3 6
  ·   · ·
1 3 3 2 2 5
  3   6   5
    6
      7 2
```

**) Voir la première partie de ce traité, chapitre troisième.

***) Textuellement : dénommez-le d'après.

****) Soit le nombre proposé $n = a^2 + r$, a^2 étant le plus grand carré contenu dans n. Si $r \leqq a$, l'auteur donne $a + \frac{r}{2a}$ comme une valeur plus approchée de la racine de n.

*****) En effet, d'après la méthode que l'auteur vient de donner, la racine sera de la forme $a+\frac{1}{2}$, lorsque le nombre proposé est de la forme $a^2 + a$; et dans ce cas le carré $\left(a+\frac{1}{2}\right)^2$ dépassera le nombre proposé de $\frac{1}{4}$.

Digitized by Google

Exemple où le reste est plus petit que la racine. Si l'on vous dit : combien est la racine de cent cinquante quatre, posez cela ainsi : 154. Ensuite opérez d'après ce qui précède, il résultera comme racine entière douze, et il restera dix. Dénommez cela d'après le double de la racine, à savoir d'après vingt quatre. Ce sera deux sixièmes et la moitié d'un sixième. Ajoutez cela à la racine entière. Ce sera douze et deux sixièmes et la moitié d'un sixième, ce qui est la racine du problème, ainsi : $\frac{1}{2}\frac{2}{6}$ 12. L'approximation sera d'un sixième et du quart d'un sixième d'un sixième, ce que vous figurez ainsi : $\frac{1}{4}\frac{6}{6}\frac{1}{6}$ 154.

Mais lorsque le reste est plus grand que la racine, ajoutez-y une unité, ajoutez au double de la racine deux, dénommez la plus petite (de ces deux sommes) d'après la plus grande, ajoutez le résultat à la racine entière, et (cette somme) sera ce que vous cherchez. *)

Par exemple, si l'on vous dit : combien est la racine de quatre-vingt quinze, posez cela ainsi : 95. Ensuite prenez-en la racine entière. Ce sera neuf, et le reste sera quatorze, ce qui est plus grand que neuf. Ajoutez-y un, ce sera quinze, et ajoutez au double de la racine deux, ce sera vingt. Dénommez d'après ceci le quinze, ce sera trois quarts. Ajoutez cela au neuf, ce sera la racine du problème, neuf et trois quarts, ainsi : $\frac{3}{4}$ 9.

Si vous voulez (savoir) quel est le degré de l'approximation, convertissez ce résultat; vous aurez trente neuf. Multipliez cela en lui-même, vous obtiendrez mille cinq cent vingt un, ainsi : 1521. Divisez ce résultat par les facteurs (du dénominateur), je veux dire le quatre et encore le même. Il résulte le nombre dont vous aviez cherché la racine, plus **) ce qui indique le degré de l'approximation, à savoir un quart d'un quart, ainsi : $\frac{1}{4}\frac{0}{4}$ 95.

CHAPITRE TROISIÈME.

DE LA MANIÈRE DE RENDRE L'APPROXIMATION PLUS EXACTE.

L'opération consiste à dénommer la partie qui représentait le degré de l'approximation, d'après le double de la racine, et à retrancher le résultat de la racine. Ce qui reste sera la racine plus exacte. ***)

---

*) Si $r > a$, l'auteur propose comme seconde approximation de la valeur de $\sqrt{n}$ (a étant la première) $a + \frac{r+1}{2a+2}$ au lieu de $a + \frac{r}{2a}$. On induit de là que l'auteur a su que, pour $r > a$, la valeur de $a + \frac{r+1}{2a+2}$ est comprise entre $\sqrt{a^2 + r}$ et $a + \frac{r}{2a}$. C'est ce qu'on peut en effet aisément vérifier.

**) Textuellement : et.

***) Comme troisième approximation l'auteur propose l'expression suivante :

$$\left(a + \frac{r}{2a}\right) - \frac{\left(\frac{r}{2a}\right)^2}{2\left(a + \frac{r}{2a}\right)} .$$

Il ne fait ici qu'appliquer une seconde fois le même principe qui donnait déjà l'approximation précédente; car en posant $a + \frac{r}{2a} = a'$ et $-\left(\frac{r}{2a}\right)^2 = r'$, on a le nombre proposé $a^2 + r = a'^2 + r'$, et la nouvelle approximation de l'auteur s'exprime par $a' + \frac{r'}{2a'}$.

On sait que, si l'on pose $\sqrt{n}$ ou $\sqrt{a^2 + r} = a + x$, la valeur de x est exprimée par la fraction

Digitized by Google

Par exemple, si l'on vous dit : rendez plus exacte la racine de six, vous savez, par ce qui précède, que la racine de ce nombre est deux et demi, et que l'approximation est d'un quart. Donc dénommez un quart d'après le double de la racine, ce qui est cinq. Il résulte un quart d'un cinquième, ainsi: $\frac{1\ 0}{4\ 5}$. Retranchez ce résultat de la racine du problème, qui était deux et demi, d'après la règle de la soustraction des fractions. Il vous restera deux et deux cinquièmes et un quart d'un cinquième, ainsi: $\frac{1\ 2}{4\ 5}\,2$, ce qui est la racine du problème.

Si vous élevez ce résultat au carré, il résulte le nombre dont vous aviez cherché la racine plus ce qui indique le degré de l'approximation, à savoir six et un quart d'un quart d'un cinquième d'un cinquième, ainsi: $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{4\ 4\ 5\ 5}\,6$. Par l'élévation au carré j'entends que vous convertissez la racine, ce qui donne quarante neuf, et que vous multipliez cela par lui-même. Vous aurez deux mille quatre cent un, ainsi : 2401. Divisez ce résultat par les facteurs, je veux dire les facteurs du multiplicande et les facteurs du multiplicateur *), à savoir cinq deux fois et quatre deux fois. Il résultera ce que vous avez cherché.

CHAPITRE QUATRIÈME.

DE L'EXTRACTION DE LA RACINE DES FRACTIONS.

Si le numérateur total a une racine rationnelle et le dénominateur pareillement, prenez le rapport de la racine du numérateur total à la racine du dénominateur. **)

Ainsi la racine de quatre neuvièmes est deux tiers.

Pareillement (pour extraire la racine de) quatre huitièmes et la moitié d'un huitième, posez cela ainsi : $\frac{1\ 4}{2\ 8}$. Ensuite prenez la racine du numérateur total; ce sera trois. Dénommez-la d'après la racine du dénominateur, laquelle est quatre. Vous aurez trois quarts, ce qui est la racine du problème, ainsi : $\frac{3}{4}$.

Et si l'on vous dit : combien est la racine de deux et un quart, posez cela ainsi : $\frac{1}{4}\,2$. Ensuite divisez la racine du numérateur total, laquelle est trois, par la racine du dénominateur, laquelle est deux. Vous aurez pour résultat un et demi, ce qui est la racine du problème, ainsi: $\frac{1}{2}\,1$.

---

continue $\cfrac{r}{2a + \cfrac{r}{2a + \cdots}}$. En s'arrêtant au troisième quotient on a précisément

$$a + \cfrac{r}{2a + \cfrac{r}{2a + \frac{r}{2a}}} = \left(a + \frac{r}{2a}\right) - \frac{\left(\frac{r}{2a}\right)^2}{2\left(a + \frac{r}{2a}\right)}.$$

*) En multipliant le diviseur vingt par lui-même, l'auteur considère l'un de ces deux nombres vingt comme multiplicande et l'autre comme multiplicateur.

**) $\sqrt{\frac{a^2}{b^2}} = \frac{a}{b}$.

Pour les quantités qui ne rentrent pas dans cette catégorie, multipliez le numérateur total par le dénominateur, prenez la racine du résultat par approximation, et divisez-la par le dénominateur. Ce qui en provient est la racine approchée du problème. *)

Par exemple, si l'on vous dit: combien est la racine de quatre sixièmes et la moitié d'un sixième, posez cela ainsi : $\frac{1\ 4}{2\ 6}$. Ensuite multipliez le numérateur total qui est neuf par les facteurs (du dénominateur). Vous aurez cent huit. Prenez la racine de ce résultat par approximation, ce sera dix et deux cinquièmes. Divisez cela par le produit des facteurs (du dénominateur), lequel est douze. Vous aurez pour résultat cinq sixièmes et un cinquième d'un sixième, ainsi : $\frac{1\ 5}{5\ 6}$; ce qui est la racine du problème par approximation. Si vous convertissez ce résultat, vous obtenez vingt six. Multipliez cela par lui-même; vous aurez pour résultat six cent soixante seize, ainsi: 676. Divisez ce résultat par les facteurs (du dénominateur). J'entends que ces facteurs dépassent les facteurs (du dénominateur) dont vous avez élevé au carré le numérateur total, et il est nécessaire que dans (la quantité qui exprime) l'approximation, les premiers facteurs (du dénominateur) soient pareils à ceux que vous aviez au commencement du problème. C'est (ce que vous obtenez) en décomposant le six en trois et deux. Posez le deux auprès du six, placez à la suite de ces deux (nombres) les deux cinq, et après cela le trois. Divisez le nombre ci-dessus **) d'abord par le trois, le résultat par le cinq, et (ainsi de suite) jusqu'au dernier (des facteurs du dénominateur). Vous aurez pour résultat quatre sixièmes, et une moitié d'un sixième, plus la quantité qui exprime le degré de l'approximation, à savoir un tiers d'un cinquième d'un cinquième d'une moitié d'un sixième, ainsi : $\frac{1\ 0\ 0\ 1\ 4}{3\ 5\ 5\ 2\ 6}$.

CHAPITRE CINQUIÈME.

DE L'ADDITION ET DE LA SOUSTRACTION DES RACINES.

La pratique de cette opération consiste à multiplier l'un des deux nombres par l'autre, à prendre la racine du produit, si le produit est un carré, à ajouter cette (racine prise deux fois) à la somme des deux nombres, et à superposer à ce qui en résulte le mot « racine ». ***)

Par exemple, si l'on vous dit: ajoutez la racine de trois à la racine de douze, posez cela ainsi : ****)

$$\frac{R}{3} \quad \text{à} \quad \frac{R}{12}$$

Ensuite multipliez l'un des deux (nombres) par l'autre. Vous aurez pour résultat trente six, ce dont la racine (prise deux fois) est douze. Ajoutez cela aux deux

*) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$.

**) A savoir le nombre 676. On divise successivement par 3, 5, 5, 2 et 6.

***) $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a + b + 2\sqrt{ab}}$.

****) L'initiale arabe du mot *djidzr* qu'on trouve dans le texte manuscrit superposée aux nombres, sera rendue dans les formules suivantes par un R, initiale du mot racine.

Digitized by Google

nombres, vous aurez pour somme vingt sept. Superposez à cela le mot « racine », et vous aurez la racine de vingt sept, ce qui est le (résultat) cherché, ainsi : $\frac{R}{27}$.

Si les deux nombres qu'il faut multiplier l'un par l'autre, avaient eu des racines (rationnelles), le résultat aurait été une racine rationnelle, comme lorsque vous additionnez la racine de quatre et la racine de neuf.

Si le produit des deux nombres multipliés l'un par l'autre n'est pas un carré, l'addition des deux (racines) se fait par la particule de la liaison.

Par exemple, si l'on vous dit : ajoutez la racine de cinq à la racine de trois, vous direz : la somme est « la racine de cinq et la racine de trois », parce que le résultat de la multiplication n'est pas un carré.

Quant à la soustraction, elle est pareille à l'addition , si ce n'est que vous soustrayez la racine du produit (prise deux fois) de la somme des deux nombres. *)

Par exemple, si l'on vous dit : retranchez la racine de deux de la racine de trente deux, posez cela ainsi :

$$\frac{R}{32}$$

$$\frac{R}{2}$$

Ensuite multipliez ensemble les deux nombres **) ; le résultat sera soixante quatre. Prenez-en la racine (deux fois), ce sera seize. Retranchez cela de la somme des deux nombres ; vous aurez pour reste dix-huit. Superposez à cela le mot « racine ». Le reste sera donc : la racine de dix-huit, ainsi : $\frac{R}{18}$.

Si de nouveau le résultat de la multiplication n'est pas un carré, la soustraction se fait par la particule de l'exception.

Par exemple, si l'on vous dit : retranchez la racine de trois de la racine de cinq, vous direz : le reste est « la racine de cinq moins la racine de trois », ainsi :

$$\frac{R}{5} \text{ moins } \frac{R}{3}.$$

CHAPITRE SIXIÈME.

DE LA MULTIPLICATION DES RACINES.

La pratique de cette opération consiste à multiplier l' un des deux nombres par l'autre, et à superposer au résultat le mot « racine ». ***)

Par exemple, si l'on vous dit : multipliez la racine de six par la racine de huit,

---

*) $\sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt{a + b - 2\sqrt{ab}}$.

**) Textuellement: formez le rectangle des deux nombres

***) $\sqrt{a} \, . \, \sqrt{b} = \sqrt{ab}$.

Digitized by Google

alors multipliez six par huit, superposez au produit (le mot) « racine », et vous aurez le (résultat) cherché, à savoir la racine de quarante huit, ainsi : $\frac{R}{48}$.

§.

Si le mot « racine » n'est pas superposé à l'un des deux nombres, *) élevez-le au carré, et multipliez-le ensuite par l'autre (nombre).

Par exemple, si l'on vous dit : multipliez la racine de six par trois, élevez le trois au carré, afin qu'il devienne de la même espèce que le six. Vous aurez neuf. Multipliez cela par le six, et superposez au produit le mot « racine ». Vous aurez le (résultat) cherché, à savoir la racine de cinquante quatre, ainsi : $\frac{R}{54}$.

§.

Si le mot « racine » se trouve un plus grand nombre de fois au-dessus de l'un des deux nombres qu'au-dessus de celui qui lui est associé, élevez au carré celui qui est en défaut jusqu'à ce qu'il devienne de l'espèce de l'autre. **)

Par exemple, si l'on vous dit : multipliez la racine de six par la racine de la racine de deux, élevez le six au carré, multipliez le résultat par le deux, et superposez au résultat le mot « racine » deux fois. Ce sera le (résultat) cherché, à savoir la racine de la racine de soixante douze, ainsi : $\frac{R\ R}{72}$.

CHAPITRE SEPTIÈME.

DE LA DIVISION ET DE LA DÉNOMINATION DES RACINES.

La pratique de cette opération consiste à diviser l'un des deux nombres par l'autre et à prendre la racine du résultat en lui superposant le mot « racine ». ***)

Par exemple, si l'on vous dit : divisez la racine de soixante par la racine de cinq, posez cela ainsi :

$$\frac{R}{60}$$
$$\frac{R}{5}.$$

Ensuite divisez le soixante par le cinq, vous aurez pour résultat douze. Prenez-en la racine en lui superposant le *djîm* ****). Vous aurez la racine de douze, ce qui est le (résultat) cherché, ainsi : $\frac{R}{12}$.

---

*) $a \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}$.

**) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{\sqrt{b}} = \sqrt{\sqrt{a^2 b}}$.

***) $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b}$.

****) C'est le nom arabe de la lettre initiale du mot *djidsr* qui signifie « racine ».

§.

Si le dividende est un nombre, élevez-le au carré, et alors divisez-le *).

Par exemple, si l'on vous dit : divisez douze par la racine de sept, élevez le douze au carré et divisez ce qui en résulte par le sept. Vous aurez le (résultat) cherché, à savoir la racine de vingt et quatre septièmes, ainsi : $\dfrac{R}{\frac{4}{7}\,20}$.

Pareillement si le diviseur est un nombre, élevez-le au carré, et alors divisez par ce que vous avez obtenu. **)

Par exemple, si l'on vous dit : divisez la racine de quatre-vingt seize par quatre, élevez au carré le quatre, et divisez le quatre-vingt seize par le produit. Vous aurez la racine de six, ce qui est le (résultat) cherché, ainsi : $\dfrac{R}{6}$.

Quant à la dénomination, elle est toute pareille à la division.

Par exemple, si l'on vous dit : dénommez la racine de trois d'après la racine de cinq, vous direz: le résultat est la racine de trois cinquièmes, aiusi : $\dfrac{R}{\frac{3}{5}}$.

§.

DE LA MANIÈRE DE PRENDRE LES MULTIPLES ET LES SOUS-MULTIPLES DES RACINES.

Quant à la manière de prendre le multiple, la pratique de cette opération consiste à élever au carré le nombre des répétitions, à multiplier le résultat par le nombre, et à superposer au produit le mot « racine » ***)

Par exemple, si l'on vous dit : trois racines de six, de quel nombre est-ce la racine? Posez cela ainsi :

$$\begin{matrix}3\\ \dfrac{R}{6}\end{matrix}$$

Ensuite élevez au carré le trois, ce sera neuf. Multipliez cela par le six, vous aurez pour résultat cinquante quatre. Prenez-en la racine. Ce sera la racine de cinquante quatre, ainsi : $\dfrac{R}{54}$.

Quant à la manière de prendre le sous-multiple, la pratique de cette opération consiste pareillement à élever au carré la fraction, à multiplier le résultat par le nombre, et à superposer au produit le mot « racine » ****)

---

*) $\dfrac{a}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a^2}{b}}$.

**) $\dfrac{\sqrt{a}}{b} = \sqrt{\dfrac{a}{b^2}}$.

***) $m \cdot \sqrt{a} = \sqrt{m^2 \cdot a}$.

****) $\dfrac{1}{m} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{\left(\dfrac{1}{m}\right)^2 \cdot a}$.

Digitized by Google

Par exemple, si l'on vous dit : la moitié de la racine de quarante huit, de quel nombre est-ce la racine ? Posez cela ainsi :

$$\frac{1}{2}\ \frac{R}{48}.$$

Ensuite élevez au carré un demi; ce sera un quart. Multipliez cela par quarante huit, il résulte douze. Prenez-en la racine. Vous aurez le (résultat) cherché, à savoir la racine de douze, ainsi : $\frac{R}{12}$.

CHAPITRE HUITIÈME.

DE LA PREMIÈRE DE DEUX NOMS.

Ce (terme) signifie (une expression composée d') un nombre et (de) la racine d'un nombre, la (quantité) rationnelle étant la plus grande des deux, et l'une n'étant ajoutée à l'autre qu'au moyen de la particule de la liaison *), ni retranchée de l'autre qu'au moyen de la particule de l'exception. **)

L'opération de former cette (expression) consiste à retrancher un nombre carré d'un (autre) nombre carré, à condition que le reste ne soit pas un carré, et à joindre la racine du reste à la racine du plus grand des deux nombres. ***)

On en extrait la racine en dépouillant les deux noms, c'est à dire en élevant au carré le nombre, et en ôtant du nombre qui lui est associé, le *djím;* en retranchant ensuite un quart du plus petit d'un quart du plus grand, en prenant la racine du reste, en l'ajoutant à la moitié du plus grand des deux noms, puis en la retranchant aussi de la moitié du plus grand des deux noms, et en superposant (le signe de) la racine à chacun des deux résultats. Ce sera la (racine) cherchée. ****)

Quant à la preuve, elle consiste à dépouiller les deux noms et à les additionner comme on additionne des nombres; il résultera le plus grand des deux noms. *****) Puis à en former le rectangle, et à prendre le double de ce qu'on obtient; il résultera le plus petit des deux noms. ******)

---

*) C'est la particule *wa* « et, plus. »

**) C'est la particule *illá* « excepté, moins ». — On remarque que cette définition comprend sous le nom du binôme à la fois la quantité qu'Euclide appelle « la droite de deux noms », et celte qu'il appelle « apotome ». Mais on verra un peu plus loin qu'Alkalçádí emploie aussi cette dernière expression.

***) $a + \sqrt{a^2 - b^2}$.

****) $\sqrt{m + \sqrt{n}} = \sqrt{\frac{m}{2} + \sqrt{\frac{m^2}{4} - \frac{n}{4}}} + \sqrt{\frac{m}{2} - \sqrt{\frac{m^2}{4} - \frac{n}{4}}}$.

*****) $\left(\frac{m}{2} + \sqrt{\frac{m^2}{4} - \frac{n}{4}}\right) + \left(\frac{m}{2} - \sqrt{\frac{m^2}{4} - \frac{n}{4}}\right) = m$.

******) $2 \cdot \sqrt{\frac{m}{2} + \sqrt{\frac{m^2}{4} - \frac{n}{4}}} \cdot \sqrt{\frac{m}{2} - \sqrt{\frac{m^2}{4} - \frac{n}{4}}} = \sqrt{n}$

Digitized by Google

Explication. Si vous retranchez le neuf du trente six, le reste est vingt sept. Prenez-en la racine en superposant le *djîm*. Joignez cela à la racine de trente six qui est six. La première de deux noms sera donc : six et la racine de vingt sept; ainsi : $\frac{R}{27}$ 6. *) Ensuite dépouillez chacun des deux (noms); ce sera trente six et vingt sept. Retranchez un quart du plus petit des deux noms, à savoir six et trois quarts, d'un quart du nom le plus grand, à savoir de neuf. Vous aurez pour reste deux et un quart. Prenez la racine de ce reste; ce sera un et demi. Ajoutez cela à la motié du nom le plus grand, laquelle est trois; ce sera quatre et demi. Réservez cela. Ensuite retranchez aussi un et demi du trois; vous aurez pour reste un et demi. Joignez cela à la (quantité) réservée, et superposez à chacune des deux (quantités le signe de) la racine. Vous aurez la racine de quatre et demi et la racine de un et demi, ainsi : $\frac{R}{\frac{1}{2}1}$ $\frac{R}{\frac{1}{2}4}$. **)

La preuve consiste à ôter le *djîm* de chacune des deux (quantités), et à les additionner ensuite. Il résultera six, ce qui est le plus grand des deux noms. ***) Ensuite multipliez l'une d' elles par l' autre. Il résultera six et trois quarts, ainsi : $\frac{3}{4}$ 6 . Alors vous direz : deux racines de six et trois quarts, de quel nombre est-ce la racine? Multipliez le deux par lui-même, ce sera quatre. Multipliez cela par le numérateur total de six et trois quarts. Il résultera cent huit. Divisez cela par le quatre, parce que ce qui complète la multiplication des fractions c'est la division par les facteurs (des dénominateurs). Vous aurez pour résultat la racine de vingt sept, ce qui est le plus petit (des deux noms). ****)

Quant à la division par un binôme, elle consiste à multiplier le dividende par l'apotome du diviseur. (Appelons) ce qui en résulte, le produit du dividende. Ensuite dépouillez chacun des deux noms du binôme; c'est à dire élevez au carré le nombre, et ôtez le *djîm* de celui qui lui est associé, retranchez le plus petit du plus grand, et divisez par le reste le produit du dividende. *****)

Par exemple, si l'on vous dit: divisez quinze par trois et la racine de deux, ******) multipliez le dividende par l'apotome du diviseur, lequel est trois moins la racine de deux. Vous aurez pour résultat quarante cinq moins la racine de quatre cent cinquante, ainsi :

$$45 \text{ moins } \frac{R}{450}.$$

*) $a = 6$, $b = 3$ . . . $a + \sqrt{a^2 - b^2} = 6 + \sqrt{27}$.

**) $\sqrt{6 + \sqrt{27}} = \sqrt{\frac{6}{2} + \sqrt{\frac{6^2}{4} - \frac{27}{4}}} + \sqrt{\frac{6}{2} - \sqrt{\frac{6^2}{4} - \frac{27}{4}}} = \sqrt{4\frac{1}{2}} + \sqrt{1\frac{1}{2}}$.

***) $4\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = 6$.

****) $2.\sqrt{4\frac{1}{2}}.\sqrt{1\frac{1}{2}} = \sqrt{27}$.

*****) $\frac{m}{p + \sqrt{q}} = \frac{m(p - \sqrt{q})}{p^2 - q}$.

******) Le binôme $3 + \sqrt{2}$ appartient à l'espèce qu'Euclide appelle « la quatrième de deux noms »

Ensuite élevez au carré chacun des deux noms; ce sera neuf et deux. Retranchez le plus petit du plus grand; vous aurez pour reste sept. Divisez par cela la (quantité) dont on retranche, vous aurez pour résultat six et trois septièmes. Réservez cela. Ensuite élevez au carré le sept, ce sera quarante neuf. Divisez par cela la (quantité) retranchée, c'est à dire ce qui suit le « moins », après avoir décomposé le diviseur en sept et sept. Vous aurez la racine de neuf et un septième et deux septièmes d'un septième. Retranchez cela de la (quantité) réservée, le résultat du problème sera : six et trois septièmes moins la racine de neuf et un septième et deux septièmes d'un septième *), ainsi : **)

$$\tfrac{3}{7}\,6 \quad \text{moins} \quad \frac{R}{\overline{\tfrac{2}{7}\ \tfrac{1}{7}}\ 9}\,.$$

QUATRIÈME PARTIE.

DE LA DÉTERMINATION DE L'INCONNUE.

CHAPITRE PREMIER.

DES NOMBRES PROPORTIONNELS.

(Des nombres proportionnels sont quatre nombres) tels que le rapport du premier au second est égal au rapport du troisième au quatrième; et que le produit du second par le troisième est égal au produit du premier par le quatrième.

Explication. (Prenons) le quatre, le six, le huit et le douze, ainsi :

$$12 \therefore 8 \therefore 6 \therefore 4$$

Le rapport de quatre à six est deux tiers, et le rapport de huit à douze de même.

Si un des deux (termes) extrêmes est inconnu, formez le rectangle des deux (termes) moyens, et divisez le résultat par celui des deux (termes) extrêmes qui est connu ***). Et si un des deux (termes) moyens est inconnu, formez le rectangle des deux (termes) extrêmes, et divisez le résultat par celui des deux (termes) moyens qui est connu.

Donc, si l'on vous dit: (on demande) une quantité ****) dont le tiers et le quart additionnés font quatre-vingt quatre; alors posez le nombre (donné), et

---

*) $\dfrac{15}{3+\sqrt{2}} = \dfrac{15(3-\sqrt{2})}{3^2-2} = \dfrac{45}{7} - \sqrt{\dfrac{450}{49}} = 6\,\dfrac{3}{7} - \sqrt{9 + \dfrac{1}{7} + \dfrac{\frac{2}{7}}{7}}\,.$

**) Il est peut-être utile de faire observer que dans le texte manuscrit arabe l'expression $\frac{R}{\overline{\frac{2}{7}\ \frac{1}{7}}\ 9}$ se trouve à gauche du mot « moins » et l'expression $\frac{3}{7}\,6$ à droite. C'est une conséquence naturelle de la manière arabe d'écrire de droite à gauche. La même observation s'applique aux autres formules précédemment proposées (page 30, lig. 16 et pages 35, 36, 42, 43, 47) dans lesquelles deux expressions numériques sont séparées par une particule.

***) Littéralement : « qui est trouvé, qui est présent. »

****) Le mot arabe traduit ici par « quantité » est *mâl* ; terme employé aussi par les algébristes arabes pour désigner spécialement le carré de l'inconnue. Je signale ce détail pour faire remarquer que le mot *mâl* n'est pas, comme on voit, employé exclusivement dans cette dernière acception.

Digitized by Google

placez avant ce (nombre) le dénominateur commun du tiers et du quart, lequel est douze. Ensuite additionnez le tiers et le quart de ce (dernier nombre); c'est sept. Mettez cela à la première place. Ces nombres seront donc comme il suit:

I ∴ 84 ∴ 12 ∴ 7

le quatrième *) étant l'inconnue. Multipliez le second par le troisième, vous aurez mille huit. Divisez ce résultat par le sept, vous obtiendrez la (quantité) cherchée, à savoir cent quarante quatre. Telle est donc l'inconnue; et la somme de son tiers et de son quart est quatre-vingt quatre.

Et si l'on vous dit : d'une quantité on a retranché un quart et un cinquième, et il est resté soixante six; alors posez le nombre (donné), et avant cela le dénominateur commun, qui est vingt. Ce qui en reste **) est onze. Posez cela à la première place. Ce sera le dénominateur. Ainsi :

I ∴ 66 ∴ 20 ∴ 11

Ensuite multipliez le second, à savoir le vingt, par le troisième, à savoir le soixante six. Il resultera mille trois cent vingt. Divisez cela par le onze; vous aurez cent vingt, ce qui est la (quantité) cherchée.

CHAPITRE DEUXIÈME.

DE L'OPÉRATION AVEC LES PLATEAUX. ***)

Cette (opération) consiste à placer le (nombre) connu au sommet ****) (de la figure), à prendre ensuite pour chacun des deux plateaux le nombre que vous voudrez, à en prendre les parties (que l'on doit prendre) du nombre (cherché), et à y comparer *****) le (nombre) placé au sommet (de la figure).

Si les parties sont égales à ce qui est au sommet, le nombre cherché est (celui qui se trouve) dans le plateau, et vous n'avez pas besoin d'opération (ultérieure). Comme si l'on vous dit: (on demande) une quantité dont le tiers et le quart additionnés font quatorze, et que vous preuez pour le (nombre que vous placez dans le) plateau, vingt quatre.

Si non, examinez (ces quantités); et si la somme des parties est plus grande que ce qui est au sommet, placez la différence entre les deux (quantités) au-dessus du plateau ******). Mais si les parties (additionnées) sont plus petites,

---

*) Le symbole de ce quatrième nombre est dans le texte manuscrit arabe un *djîm* que nous avons vu employé déja dans la troisième partie de ce traité comme symbole de la racine, le nom arabe de la racine commençant par un *djîm*, comme on l'a fait observer ci-dessus. Quoique le mot « racine » (*djidzr*) soit employé par les algébristes arabes, aussi bien que le terme « chose » (*chaï*), pour désigner la première puissance de l'inconnue, par opposition au carré etc., il y a lieu de croire que, dans le cas actuel, le *djîm* est l'initiale du verbe arabe *djahala* qui signifie « ignoravit », et d'où est dérivé le terme technique arabe *madjhoûl* qui désigne une quantité *inconnue* en général. C'est pourquoi ici le *djîm* du texte arabe a été rendu par un I.

**) Après la soustraction d'un quart et d'un cinquième de vingt.

***) Ce nom vient d'une figure dont on se sert dans cette opération, et qui est formée, comme on le voit ci-après, de deux compartiments semblables aux deux plateaux d'une balance. On inscrit dans ces deux compartiments les deux valeurs supposées de l'inconnue qui sont les deux essais employés dans la règle des deux fausses positions.

****) Littéralement : sur la coupole.

*****) Littéralement : opposer.

******) Le Ms. de M. Reinaud intercale ici le passage suivant: « Et si la différence de l'un des deux dépasse l'autre, » [je conjecture qu'il faut lire : Et si la différence de l'un des deux plateaux est par

Digitized by Google

placez la différence au bas du plateau. Ensuite multipliez la différence de chaque plateau par ce qui se trouve dans l'autre plateau, retranchez le plus petit du plus grand des deux produits, et réservez le reste. Après cela retranchez la plus petite de la plus grande des deux différences, et divisez par ce qui reste la (quantité) réservée. Vous aurez pour résultat la (quantité) cherchée. *).

Par exemple, si l'on vous dit: (on demande) une quantité, dont le tiers et le quart additionnés font vingt et un. Posez le vingt et un au sommet, et prenez pour le premier plateau douze, et pour le second vingt quatre, ainsi :

21
24 ╳ 12
7   14

Ensuite comparez aux deux parties du douze le (nombre) qui se trouve au sommet (de la figure). Vous trouvez que la différence entre ces deux (quantités) est quatorze. Placez cela au-dessous du plateau. Ensuite faites de même pour le second plateau. Vous trouverez comme différence entre les deux (quantités) sept. Posez cela pareillement au-dessous du second plateau. Après cela multipliez la différence du premier plateau, à savoir quatorze, par ce qui se trouve dans le second plateau, vous obtiendrez trois cent trente six. Réservez cela. Puis multipliez la différence du second plateau, à savoir sept, par ce qui se trouve dans le premier plateau. Il résultera quatre-vingt quatre. Retranchez cela de la (quantité) réservée. Vous aurez pour reste deux cent cinquante deux. Divisez cela par le sept qui est la différence entre l'erreur du premier et du second plateau. Vous aurez pour résultat trente six, ce qui est le nombre inconnu.

Et si l'on vous dit : (on demande) une quantité de laquelle on retranche un tiers et un sixième, (après quoi) il reste vingt quatre. Placez ce nombre au sommet, et prenez pour le premier plateau six, et pour le second douze, ainsi :

---

excès, et celle de l'autre par défaut, multipliez la différence de chaque plateau par ce qui se trouve dans l'autre plateau et] « divisez la somme des deux produits par la somme des deux différences. Vous aurez pour résultat la (quantité) cherchée. »

« Par exemple, si l'on vous dit : (on demande) une quantité dont le tiers et le quart additionnés font vingt huit. Prenez pour le premier plateau douze, et pour le second soixante, et opérez d'après ce qui précède. La différence du premier plateau sera vingt un, et cela par défaut; placez-le sous le (plateau). La différence du second (plateau) est sept, et cela par excès; placez-le au-dessus du plateau. Ensuite additionnez ce qui résulte de la multiplication [7. 12 + 21 . 60], vous aurez mille trois cent quarante quatre. Divisez cela par la somme des différences [7 + 21], vous aurez pour résultat la (quantité) cherchée, à savoir quarante huit. En voici la figure :

7   28
60 ╳ 12
       21

*) Soit proposée l'équation $mx = a$,
et soient $m\xi = a + \alpha$,
$m\xi' = a + \alpha'$,
on aura $x = \frac{\xi\alpha' - \xi'\alpha}{\alpha' - \alpha}$.

	24	
12		6
18		21

Ensuite retranchez un tiers et un sixième de ce qui se trouve dans le premier plateau; il vous reste trois. Comparez cela à ce qui se trouve au sommet; la différence sera vingt un; posez cela au-dessous du plateau. Après cela faites de même pour l'autre plateau; la différence sera dix-huit; posez-la au-dessous du plateau. Puis multipliez la différence de chaque plateau par tout (ce qui se trouve dans) l'autre et retranchez le plus petit résultat des deux multiplications du plus grand. Vous aurez pour reste cent quarante quatre. Divisez cela par le trois (qui est) la différence (des deux erreurs). Vous aurez pour résultat quarante huit, ce qui est la (quantité) cherchée.

CHAPITRE TROISIÈME.

DE LA RESTAURATION ET DE L'OPPOSITION. *)

Cette (science) est fondée sur trois espèces, à savoir : les nombres, les choses et les carrés. A ces (espèces) se joignent, en outre, les cubes. Le nombre n'a pas de fond **); le fond des choses est un, le fond des carrés est deux, et le fond des cubes est trois. Parmi (toutes) ces espèces il n'y a de connu que le nombre. La chose (*chaî*) et la racine (*djidzr*) ont la même signification, et désignent une (quantité) inconnue. Le carré (*mâl*) est ce qui résulte de la multiplication de la chose par elle-même, et le cube est ce qui résulte de la multiplication du carré par sa racine. La restauration (*djabr*) est dans le langage technique l'action d'ôter la particule de la négation ***) et ce qui la suit, et de restituer cela (en le combinant) avec la (quantité) égalée qui se trouve dans l'autre membre. L'opposition (*mokâbalah*) et l'égalisation est l'action d'examiner les termes du problème, les uns relativement aux autres, et de retrancher chaque espèce de sa semblable : la négative de la positive; ****) et le positif est ce qui précède la particule de la négation, et le négatif est ce qui la suit.

L'algèbre a pour objet *****) six cas dont trois sont simples et trois composés. Des trois (cas) simples le premier est: « des carrés sont égaux à des racines »; le second: « des carrés sont égaux à un nombre »; et le troisième: « des racines sont égales à un nombre ». Quant aux trois cas composés, dans le premier c'est le nombre qui se trouve isolé ******), dans le second c'est la racine, et dans le troisième c'est le carré.

---

*) C'est à dire: de l'algèbre.

**) En arabe *ass* = « fundamentum, principium, vestigium ». Cette signification du terme arabe rappelle involontairement les pythmenes de l'arithmétique grecque. Mais je fais observer qu'il existe entre ces deux choses une différence fondamentale; le pythmen étant *le facteur* qui multiplie une puissance de dix, tandis que l'ass n'est autre chose que *l'exposant* d'une puissance de l'inconnue. C'est ce qui résultera plus clairement encore des chapitres 7e et 8e de la quatrième partie du présent traité.

***) Littéralement : de l'exception.

****) Littéralement : la déficiente de l'excédante.

*****) Littéralement : la restauration et l'opposition roule sur.

******) C'est à dire: qui forme, à lui seul l'un de deux membres de l'équation.

Digitized by Google

Dans les trois cas simples l'opération consiste à diviser par le (coefficient du) carré ce qui est égalé (aux carrés), et par (le coefficient de) la racine dans le cas où il n'y a point de carrés. Il résulte dans le premier et dans le troisième cas la racine, et dans le second le carré. *)

Exemple du premier cas. Si l'on vous dit : quatre carrés sont égaux à douze choses, posez cela ainsi :

C Q

12 L 4 **)

Ensuite divisez par le (coefficient du) carré ce qui est égalé au (carré) ; vous aurez pour résultat trois, ce qui est la racine. Conséquemment le carré est neuf, et quatre carrés sont trente six, et douze racines d'un carré de même.

Exemple du second cas. Si l'on vous dit: dix-huit carrés sont égaux à soixante douze en nombre, posez cela ainsi :

Q

72 L 18

Ensuite divisez par le (coefficient du) carré ce qui est égalé au (carré); vous aurez pour résultat quatre, ce qui est (la valeur d') un carré; et dix-huit carrés seront égaux à soixante douze en nombre.

Exemple du troisième cas. Si l'on vous dit: cinq racines sont égales à soixante en nombre, posez cela ainsi :

C

60 L 5

Ensuite divisez ce qui est égalé aux choses par (le coefficient de) celles-ci. Il résultera douze, ce qui est la racine du carré. Celui-ci sera cent quarante quatre, et cinq de ses racines seront égales à soixante.

CHAPITRE QUATRIÈME.

DES CAS COMPOSÉS.

Le premier cas est celui dans lequel le nombre est isolé. L'opération dans ce (cas) consiste à élever au carré la moitié du nombre des choses, à ajouter ce qui résulte au nombre, à prendre la racine de la somme, et à retrancher de ce qu'on

---

*)

1) $ax^2 = bx \ldots x = \frac{b}{a}$

2) $ax^2 = b \ldots x^2 = \frac{b}{a}$

3) $ax = b \ldots x = \frac{b}{a}$

**) Dans les formules du texte manuscrit la première puissance de l'inconnue est désignée par un *chín*, la seconde par un *mím*, et la troisième par un *qáf*, superposés aux coefficients numériques. Ces lettres sont respectivement les initiales des mots *chaï* = « chose », *mál* = « carré », *ga'b* = « cube ». On rendra ici la première par un C, la seconde par un Q et la troisième par un K. Les deux membres de l'équation sont séparés dans le texte manuscrit par un *lám* qui est évidemment la lettre finale du verbe *adala* = « égaler »; ce *lám* sera rendu ici par un L.

Digitized by Google

obtient comme racine, la moitié (du coefficient) des choses. Ce qui reste est la racine du carré. *)

Par exemple, si l'on vous dit: un carré et dix choses sont égaux à cinquante six en nombre, posez cela ainsi :

C Q

56 L 10 1

Ensuite élevez au carré la moitié (du coefficient) des choses; ce sera vingt cinq. Ajoutez cela au nombre; ce sera quatre-vingt un. Prenez-en la racine, c'est neuf. Retranchez-en la moitié (du coefficient) des choses, vous aurez pour reste quatre, ce qui est la racine du carré. Celui-ci sera seize, et dix racines d'un carré seront quarante.

Le troisième cas est celui dans lequel le carré est isolé. L'opération dans ce (cas) consiste à élever au carré la moitié (du coefficient) des choses, à ajouter de nouveau au résultat le nombre, à prendre la racine de la somme, et à y ajouter une seconde fois la moitié (du coefficient) des choses. Ce qu'on obtient est la racine. **)

Par exemple, si l'on vous dit : un carré est égal à huit choses et à vingt en nombre, posez cela ainsi :

C Q

20 8 L 1

Ensuite élevez au carré la moitié (du coefficient) des choses; ce sera seize. Ajoutez cela au nombre, ce sera trente six, ce dont la racine est six. Ajoutez-y la moitié (du coefficient) des choses, ce sera dix; et telle est la racine du carré, lequel est cent; et huit de ses racines sont quatre-vingt.

Le second cas est celui dans lequel les racines sont isolées. Ce (cas) a deux réponses, dont l'une (s'obtient) par l'addition et l'autre par la soustraction. L'opération dans ce (cas) consiste à élever au carré la moitié (du coefficient) des choses, à retrancher du résultat le nombre, et à prendre la racine de ce qui reste. Alors si vous l'ajoutez à la moitié (du coefficient) des choses, ce sera la racine du plus grand carré; et si vous la retranchez de la moitié (du coefficient) des choses, vous aurez pour reste la racine du plus petit carré. ***)

Par exemple, si l'on vous dit : un carré et vingt en nombre sont égaux à douze choses, posez cela ainsi :

C Q

12 L 20 1

---

*) $x^2 + ax = b \ . \ . \ . \ x = \sqrt{\left(\frac{a}{b}\right)^2 + b} - \frac{a}{2}.$

**) $x^2 = ax + b \ . \ . \ . \ x = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + b} + \frac{a}{2}.$

***) $x^2 + b = ax \ . \ . \ . \ x = \frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}.$

Digitized by Google

Ensuite élevez au carré la moitié (du coefficient) des choses; ce sera trente six. Retranchez-en le nombre, vous aurez pour reste seize. Prenez-en la racine, c'est quatre. Si vous l'ajoutez au six, qui est la moitié (du coefficient) des choses, c'est dix; ce qui est la racine du plus grand carré, lequel est cent. Et si vous retranchez le quatre de la moitié du (coefficient) des choses, il reste deux; ce qui est la racine du plus petit carré, lequel est quatre.

Explication additionnelle. Si le résultat de l'élévation au carré de la moitié (du coefficient) des choses est égal au nombre, sachez qu'alors cette moitié est la racine, et que le carré est égal au nombre. *)

Par exemple, si l'on vous dit : un carré et seize en nombre sont égaux à huit choses, posez cela ainsi :

C Q

8 L 16 1

Ensuite élevez au carré la moitié (du coefficient) des choses. Le résultat sera seize, ce qui est égal au nombre. Il n'est donc pas besoin d'opération ultérieure.

Si le résultat de l'élévation au carré de la moitié (du coefficient) des choses est plus petit que le nombre, sachez que le problème est impossible **); comme si l'on dit : un carré et vingt en nombre sont égaux à six choses.

§.

Si dans un des cas composés il se trouve plus d'un seul carré, divisez chacun des termes par le nombre des carrés contenus dans (l'équation).

Par exemple, si l'on vous dit : six carrés et douze choses sont égaux à quatre-vingt dix en nombre, posez cela ainsi :

C Q

90 L 12 6

Ensuite divisez tout ce qui est dans le problème, par six. Vous aurez pour résultat : un carré et deux choses sont égaux à quinze en nombre, (problème) qui appartient au premier des cas composés, lequel est le quatrième (des six cas). La racine sera trois, et le carré neuf.

Et si l'on vous dit : quatre carrés et quarante huit en nombre sont égaux à trente deux choses, posez cela ainsi :

C Q

32 L 48 4

---

*) Si dans le cas $x^2 + b = ax$ on a $\left(\frac{a}{2}\right)^2 = b$, il suit $x = \frac{a}{2}$ et $x^2 = b$.

**) Si $\left(\frac{a}{2}\right)^2 < b$, les racines de l'équation $x^2 + b = ax$ sont imaginaires.

Digitized by Google

Ensuite divisez tout ce qui est dans le problème, par quatre. Vous aurez pour résultat : un carré et douze en nombre sont égaux à huit choses. Cela revient au cinquième cas.

Et si l'on vous dit : trois carrés sont égaux à douze choses et soixante trois en nombre, posez cela ainsi :

C Q

63 12 L 3

Ensuite divisez tout ce qui est dans le problème, par trois. Il résultera : un carés est égal à quatre choses et vingt un en nombre. Cela revient au sixième car. La racine est sept, et le carré quarante neuf.

§.

Si dans ces problèmes il se trouve moins d'un carré (entier), cherchez (une quantité) par laquelle vous multiplierez le (coefficient du carré) de manière que cela devienne une unité; et multipliez tout ce que vous avez en fait de choses et de nombres, par la (quantité) par laquelle vous avez multiplié le carré.

Par exemple, si l'on vous dit : la moitié d'un carré et une chose sont égaux à sept et demi en uombre, posez cela ainsi :

C Q

$\frac{1}{2}$ 7 L 1 $\frac{1}{2}$

Ensuite multipliez la moitié d'un carré par deux, vous aurez pour résultat un carré complet; et multipliez pareillement la chose par deux, et de même le nombre. Alors (le problème proposé) deviendra : un carré et deux choses sont égaux à quinze en nombre, ce qui appartient au quatrième cas.

CHAPITRE CINQUIÈME.

DE L'ADDITION DES ESPÈCES DIFFÉRENTES OU DE MÊME GENRE *).

Quant à l'addition des espèces de même genre, cette addition n'offre point de difficulté, comme (l'addition) des nombres avec leurs analogues, et de même (l'addition) des choses, des carrés et des cubes avec leurs analogues.

Quant aux (espèces) différentes, elles restent telles qu'elles sont, et leur addition se fait par la particule de la liaison. Comme si l'on vous dit: additionnez quatre en nombre et six choses à huit carrés et dix cubes. Vous direz: la somme est quatre en nombre et six choses et huit carrés et dix cubes. Car le fond **) de chacune (de ces quantités) est différent de (celui des quantités) qui y sont jointes.

§.

Si dans l'une des deux (quantités) additionnées, ou dans toutes les deux, il se

*) C'est à dire : des puissances algébriques d'ordres différents ou de même ordre.

**) Voir ci-dessus, chapitre 3.e

Digitized by Google

trouve une exception *), laissez-la telle qu'elle est, ajoutez chaque espèce à sa semblable, et additionnez ce qui est d'une espèce différente, au moyen de la particule de la liaison.

Par exemple, si l'on vous dit : ajoutez trois carrés et cinq en nombre moins six choses à trois en nombre et quatre carrés et six cubes moins quatre cubes, posez cela ainsi: **)

C Q
6 moins 5 3
K K Q
4 moins 6 4 3

Ensuite retranchez les cubes de leurs analogues, ajoutez chaque espèce à sa semblable, additionnez ce qui est d'une espèce différente au moyen de la particule de la liaison, et laissez les choses telles qu'elles sont. Vous aurez pour résultat huit en nombre, sept carrés et deux cubes moins six choses, ainsi :

C K Q
6 moins 2 7 8

CHAPITRE SIXIÈME.

DE LA SOUSTRACTION.

Cette (opération) est très-semblable à l'addition, car la soustraction d'une espèce de son analogue est évidente, et (la soustraction d'une espèce) d'une autre espèce se fait par la particule de l'exception. Donc, si l'on vous dit: retranchez quatre choses de six carrés, vous direz : le reste est six carrés moins quatre choses.

Si dans l'une des deux (quantités) retranchées l'une de l'autre, ou dans toutes les deux, il se trouve une exception, restaurez ***) chacune des deux (quantités) retranchées l'une de l'autre, et retranchez après cela le plus petit du plus grand.

Par exemple, si l'on vous dit : retranchez six carrés moins trois choses de huit cubes moins cinq en nombre, posez cela ainsi :

K
5 moins 8
C Q
3 moins 6

Ensuite restaurez le problème, ce qui se fait en ajoutant la (quantité) exceptée de chacun des deux côtés à l'autre côté. Ce sera donc comme si l'on vous avait dit : retranchez cinq en nombre et six carrés de trois choses et huit cubes. Vous excepterez ce qui est retranché de ce dont ou retranche, et le reste sera trois choses et huit cubes moins cinq en nombre et six carrés, ainsi :

---

*) C'est à dire: un agrégat de termes précédé du signe négatif ou de la particule « moins ».

**) J'écris ces formules (et les formules semblables qu'on trouve dans la suite du traité) en mettant la partie retranchée à gauche du « moins », pour leur conserver tout à fait la forme qu'elles présentent dans le texte arabe.

***) Le verbe arabe traduit ici par « restaurer » est *djabara*.

Digitized by Google

Q			K	C
6	5	moins	8	3

CHAPITRE SEPTIÈME.

DE LA MULTIPLICATION.

La pratique de cette opération consiste à multiplier l'un des deux nombres par l'autre et à additionner les deux fonds; ce qu'on obtient (par cette addition) est le fond du résultat de la multiplication *).

Si vous multipliez une espèce par un nombre, le résultat est exactement de la même espèce.

Si vous multipliez le positif **) par le positif ***), le résultat est positif. Pareillement le négatif ****) fois le négatif est positif. Et si vous multipliez le positif par le négatif, et le négatif par le positif, le résultat est négatif. Le positif est ce qui précède la particule de l'exception, et le négatif est ce qui suit le « moins. » *****)

Le résultat de la multiplication des choses par elles-mêmes sont des carrés. Le résultat de la multiplication des choses par les carrés sont des cubes. Le résultat de la multiplication des choses par les cubes sont des carrés-carrés. Tel est aussi le résultat de la multiplication des carrés par eux-mêmes. Le résultat de la multiplication des carrés par les cubes sont des quadrato-cubes, parce que la somme des deux fonds est cinq. Le résultat de la multiplication des cubes par eux-mêmes sont des cubo-cubes. ******) On ajoute *******) pour le carré deux et pour le cube trois.

Donc si l'on vous dit : multipliez huit choses moins quatre en nombre par six carrés moins trois choses, posez cela ainsi :

		C
4	moins	8
C		Q
3	moins	6

Ensuite multipliez le huit par le six. Vous aurez pour résultat quarante huit cubes, parce que le fond des deux facteurs est trois. Réservez cela. Après cela multipliez de nouveau le huit par les trois choses. Vous aurez pour résultat vingt quatre carrés, ce qui est négatif, parce que cela (provient) de la multiplication

*) $ax^m \cdot bx^n = (a \cdot b)x^{m+n}$. Camparer ci-dessus, chapitre 3e.

**) Littéralement : l'excédant.

***) Littéralement : par ce qui lui est semblable.

****) Littéralement : le déficient.

*****) $(+a) \cdot (+b) = +ab$, $(-a) \cdot (-b) = +ab$
$(+a) \cdot (-b) = -ab$, $(-a) \cdot (+b) = -ab$.

******) $ax \cdot bx = abx^2$, $ax \cdot bx^2 = abx^3$, $ax \cdot bx^3 = abx^4$.
$ax^2 \cdot bx^2 = abx^4$, $ax^2 \cdot bx^3 = abx^5$.
$ax^3 \cdot bx^3 = abx^6$.

*******) An « fand » au exposant du multiplicande.

du positif par le négatif. Réservez cela (en le plaçant) après la particule de l'exception. Puis multipliez le quatre par le six. Vous aurez pour résultat vingt quatre carrés. Mais cela est de nouveau négatif. Placez-le avec son analogue. *) Ensuite multipliez encore le quatre par le trois. Vous aurez pour résultat douze choses positives, parce que cela (provient) de la multiplication du négatif par le négatif. Réservez cela avec le premier (produit) réservé. Le résultat sera douze choses et quarante huit cubes moins quarante huit carrés, ainsi :

Q		K	C
48	moins	48	12

CHAPITRE HUITIÈME.

DE LA DIVISION.

La pratique de cette opération consiste à retrancher le fond **) du diviseur du fond du dividende. Ce qui reste est le fond du résultat. ***)

Le résultat de la division d'une espèce par la même espèce est un nombre; et le résultat de la division d'une quelconque de ces espèces par un nombre est exactement cette même espèce ****).

Le résultat de la division des cubes par les carrés sont des choses. Le résultat de la division des cubes par les choses sont des carrés. Le résultat de la division des carrés par les choses sont des choses. *****)

§.

Si dans le dividende il se trouve une exception, ******) divisez chacune (des deux parties du dividende) par le diviseur, et exceptez le résultat de la (partie) exceptée du résultat de la (partie) dont on excepte. Il résultera la (quantité) cherchée. *******)

Par exemple, si l'on vous dit : divisez quarante huit cubo-cubes moins dix-huit carrés-carrés par six cubes, posez cela ainsi :

QQ		KK
18	moins	48
K		
6		

Ensuite divisez la (quantité) dont on excepte, par le diviseur. Vous aurez pour résultat huit cubes, parce que le fond du diviseur est trois, et le fond du di-

*) C'est à dire : ajoutez-le à l'autre produit de carrés négatifs.
**) Voir ci-dessus, chapitre 3e.
***) $ax^m : bx^n = (a:b)x^{m-n}$.
****) $ax^m : bx^m = a:b$, $ax^m : b = (a:b)x^m$.
*****) $ax^3 : bx^2 = (a:b)x$, $ax^3 : bx = (a:b)x^2$, $ax^2 : bx = (a:b)x$.
******) C'est à dire: un terme ou un agrégat de termes retranchés.
*******) $\{f_1(x) - f_2(x)\} : f_3(x) = \frac{f_1(x)}{f_3(x)} - \frac{f_2(x)}{f_3(x)}$.

vidende six, et que le reste de cela est trois, ce qui est (le fond) des cubes. Après cela divisez la (quantité) exceptée. Vous aurez pour résultat trois choses, parce que la différence entre les fonds des deux (quantités) divisées l'une par l'autre est un, ce qui est (le fond) des choses. Le résultat sera donc huit cubes moins trois choses, ainsi :

C K
3 moins 8

CONCLUSION.

PREMIÈRE SECTION.

DE CE QUI (SE PRATIQUE) SI DANS L'ÉQUATION IL SE TROUVE UNE EXCEPTION. *)

L'opération dans ce cas consiste à réduire le négatif au positif, **) et à retrancher (chaque) espèce de sa semblable, s'il y a lieu.

Par exemple, si l'on vous dit: trois carrés moins trente six en nombre sont égaux à trente deux choses moins un carré, posez cela ainsi :

Q C Q
1 moins 32 L 36 moins 3

Ensuite restaurez le problème, ce qui se fait en restituant le carré négatif aux carrés positifs, et en restituant les nombres aux choses. Alors cela devient: quatre carrés sont égaux à trente deux choses et trente six en nombre, ainsi :

C Q
36 32 L 4

Ce (problème) est donc maintenant ramené au sixième cas. Divisez chaque terme du problème par quatre, il se réduira à : un carré est égal à huit choses et neuf en nombre. Opérez d'après ce qui précède, il résultera la racine (égale à) neuf.

SECONDE SECTION.

DE L'ADDITION A LA MANIÈRE DES CASES DE L'ÉCHIQUIER.

On pose dans cette (opération) la condition que l'on commence par l'unité, et que l'excès d'un (terme) sur l'autre soit du double.

La pratique de cette opération consiste à poser dans la première case l'unité, et à l'ajouter à elle-même; ce sera deux. Posez cela dans la seconde case. Ensuite multipliez cela par lui-même; il résulte quatre, ce qui est (égal à) la somme de ce qui se trouve dans la seconde (case), plus ***) ce qui la précède ****), plus l'unité. Posez cela dans la troisième case. Ensuite multipliez le quatre par

---

*) C'est à dire : un terme ou un agrégat de termes précédés de la particule « moins ».
**) Littéralement: à restaurer le déficient à (ou vers) l'excédant.
***) Littéralement : et.
****) C'est à dire : plus ce qui se trouve dans la première case.

Digitized by Google

lui-même, ce sera seize; et c'est ce qu'on posera dans la cinquième case, parce que vous avez doublé (le nombre) des cases, et que vous avez retranché du résultat une unité. *) Et si vous multipliez par lui-même ce qui se trouve dans la cinquième (case), vous aurez pour résultat ce (qu'on doit poser) dans la neuvième (case), à savoir deux cent cinquante six. Ce qui se trouve dans la neuvième (case) est la somme de ce qui se trouve dans les huit cases (précédentes) plus l'unité. Ceci est l'excédant (qu'il faut ajouter encore) au (terme) par lequel (la suite) commence. **) En voici la figure :

256	128	64	32	16	8	4	2	1

Si vous élevez au carré ce qui se trouve dans la neuvième (case), il résulte ce qui se trouve dans la dix-septième (case), et le carré de ce (dernier nombre) est ce qui se trouve dans la trente troisième (case). Et si vous élevez au carré ce qui se trouve dans la trente troisième (case), vous aurez pour résultat ce qui se trouve dans la soixante cinquième (case), et cela est (égal à) la somme de ce qui se trouve dans la soixante quatrième (case), plus ce qui la précède, plus l'unité. ***) Ceci est l'excédant (qu'il faut ajouter encore) au (terme) par lequel (la suite) commence.

§.

Si le commencement ****) (de la suite) est (un nombre) autre que l'unité, multipliez le (terme) jusqu'auquel (la suite) s'étend par deux, et retranchez du résultat le (terme) par lequel (la suite) commence. Il résultera la (somme) cherchée. *****)

Par exemple, si l'on vous dit : quelle est la somme de cinq cases, à condition que le commencement soit trois, et que l'excès d'un terme sur l'autre soit du double. Alors posez cela ainsi :

48 ∴ 24 ∴ 12 ∴ 6 ∴ 3

Ensuite multipliez le quarante huit par le deux; il résultera quatre-vingt seize; retranchez-en trois; vous aurez pour reste quatre-vingt treize, ce qui est la (somme) cherchée.

---

*) C'est à dire: dans la suite

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{n-1} + \dots$$

le carré du $n^{ème}$ terme est le $(2n-1)^{ième}$ terme; en effet on a

$$(2^{n-1})^2 = 2^{(2n-1)-1} \ .$$

**) C'est à dire: après avoir fait la somme des termes depuis le $(n-1)^{ième}$ jusqu'au premier inclusivement, il faut encore ajouter une unité de plus, pour obtenir le $n^{ième}$ terme.

***) $2^n = (2^{n-1} + 2^{n-2} + \dots + 2^2 + 2 + 1) + 1.$

****) Le premier terme.

*****) $a + 2a + 4a + \dots + 2^{n-1}a = 2.(2^{n-1}a) - a.$

Digitized by Google

§.

Quant à la sommation *), si l'excès d'un (terme) sur l'autre est (exprimé) par (un rapport) différent de la moitié, l'opération dans ce (cas) consiste à multiplier le plus petit (des termes) par l'excès du plus grand (des termes sur le plus petit), à diviser le résultat par la différence entre (le terme) le plus petit et le nombre qui le suit, et à ajouter ce qui résulte (de cette division) au nombre le plus grand (de la suite). Il résultera la (somme) cherchée. **)

Par exemple, si l'on vous dit : (quelle est la somme de) quatre nombres se succédant suivant le rapport d'un quart, et dont le plus petit est deux, alors posez cela ainsi :

128 ∴ 32 ∴ 8 ∴ 2 .

Ensuite multipliez le deux par l'excès du plus grand (des nombres proposés) sur le (deux), ce qui est cent vingt six. Il résulte deux cent cinquante deux. Divisez cela par six (à savoir par) la différence entre (le terme) le plus petit et (le terme) qui le suit. Il résultera quarante deux. Ajoutez cela au nombre le plus grand (de la suite). Vous aurez pour somme cent soixante dix, ce qui est la (somme) cherchée, ainsi : 170.

§.

Quant à la sommation, si l'excès d'un (terme) sur l'autre est un certain nombre (constant), l'opération dans ce (cas) consiste à multiplier l'excès (d'un terme sur l'autre) par le nombre total des nombres (de la suite) moins un, à ajouter à ce qui resulte le plus petit des nombres (de la suite) pris deux fois, et à multiplier ce qu'on obtient de cette manière, par la moitié du nombre des nombres (de la suite). Ce qui en résulte est la (somme) cherchée. ***)

Par exemple, si l'on vous dit : combien est la somme des six nombres commençant par quatre et se dépassant l'un l'autre de trois, posez cela ainsi :

19 ∴ 16 ∴ 13 ∴ 10 ∴ 7 ∴ 4.

Ensuite multipliez l'excès de l'un (des termes) sur l'autre, à savoir trois, par

*) Littéralement : l'addition.

**) L'auteur exprime la somme de la progression géométrique

$$a + ar + ar^2 + \ldots + ar^{n-1}$$

par la formule

$$\frac{a\,[ar^{n-1} - a]}{ar - a} + ar^{n-1}\ ,$$

qui est identique en effet à la formule usuelle

$$\frac{a(r^n - 1)}{r - 1}\ .$$

***) Sommation de la progression arithmétique :

$$a + (a + r) + (a + 2r) + \ldots + [\,a + (n - 1)r\,] = [\,r(n - 1) + 2a\,]\,\frac{n}{2}\ .$$

Digitized by Google

cinq. Ce sera quinze. Ajoutez à cela huit. Ce sera vingt trois. Multipliez cela par trois. Vous aurez pour résultat soixante neuf, ce qui est la (somme) cherchée. Ainsi : 69.

TROISIÈME SECTION.

DE LA SOMMATION DES NOMBRES, DE LEURS CARRÉS ET DE LEURS CUBES SUIVANT L'ORDRE.

Quant à la sommation des nombres suivant l'ordre, la pratique de cette opération consiste à ajouter au (terme) jusqu'auquel (la suite) s'étend, une unité, et à multiplier la somme par la moitié du (terme) jusqu'auquel (la suite) s'étend. *)

Par exemple, si l'on vous dit : faites la somme (des nombres) depuis l'unité jusqu'à dix; ajoutez une unité au dix, ce sera onze. Multipliez cela par la moitié du dix. Il résultera cinquante cinq, ce qui est la (somme) cherchée.

Quant à la sommation des carrés suivant l'ordre, la pratique de cette opération consiste à multiplier le résultat de la sommation (des nombres simples) par deux tiers du (terme) jusqu'auquel (la suite) s'étend, plus un tiers d'une unité. **)

Par exemple, si l'on vous dit : faites la somme (des carrés) depuis le carré de l'unité jusqu'au carré de dix, alors multipliez le résultat (de la sommation des nombres simples), à savoir cinquante cinq, par sept, ce qui est (égal à) deux tiers de dix plus un tiers de l'unité. Vous aurez pour résultat trois cent quatre-vingt cinq, ce qui est la (somme) cherchée; ainsi : 385.

Quant à l'élévation au cube d'après cette manière, elle consiste à élever au carré le résultat (de la sommation des nombres simples). ***)

Par exemple, si l'on vous dit : faites la somme (des cubes) depuis le cube de l'unité jusqu'au cube de dix, multipliez le cinquante cinq par lui-même, il résultera trois mille vingt cinq : ainsi 3025.

§.

Quant à la sommation des nombres pairs suivant l'ordre, la pratique de cette opération consiste à ajouter au (terme) jusqu'auquel (la suite) s'étend, deux, et à multiplier la moitié de la somme par la moitié du terme jusqu'auquel (la suite) s'étend. ****)

Par exemple, si l'on vous dit : faites la somme (des nombres pairs) depuis deux jusqu'à dix, ajoutez au dix deux, ce sera douze. Multipliez-en la moitié par la moitié de dix. Vous aurez pour résultat trente, ce qui est la (somme) cherchée.

Quant à l'élévation au carré d'après cette manière, elle consiste à multiplier

---

*) $1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots + n = (n + 1)\frac{n}{2}$.

**) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots + n^2 = (1 + 2 + 3 + \ldots + n)\left(\frac{2}{3}n + \frac{1}{3}\right)$.

***) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \ldots\ldots + n)^2$.

****) $2 + 4 + 6 + \ldots\ldots + 2n = \frac{2n + 2}{2} . n$.

Digitized by Google

le résultat (de la sommation des nombres pairs simples) par deux tiers (du terme) jusqu'auquel (la suite) s'étend, plus deux tiers d'une unité. *)

Par exemple, si l'on vous dit : faites la somme (des carrés des nombres pairs) depuis le carré de deux jusqu'au carré de dix, alors multipliez le résultat (que l'on vient d'obtenir) à savoir trente, par deux tiers de dix et deux tiers de l'unité; ce qui est sept et un tiers. Le résultat sera deux cent vingt; ainsi : 220.

Quant à l'élévation au cube d'après cette manière, elle consiste à multiplier le résultat (de la sommation des nombres pairs simples) par son double. **)

Par exemple, si l'on vous dit : faites la somme (des cubes des nombres pairs) depuis le cube de deux jusqu'au cube de dix, multipliez le résultat (de la sommation des nombres pairs simples), à savoir trente, par son double, lequel est soixante. Vous aurez pour résultat mille huit cent, ainsi : 1800.

§.

Quant à la sommation des nombres impairs suivant l'ordre, la pratique de cette opération consiste à ajouter au (terme), jusqu'auquel (la suite) s'étend, une unité, et à élever au carré la moitié de la somme. Ce qu'on obtient sera la (somme) cherchée. ***)

Par exemple, si l'on vous dit : faites la somme (des nombres impairs) depuis l'unité jusqu'au neuf, ajoutez au neuf une unité; ce sera dix, ce dont la moitié est cinq. Multipliez cela par lui-même, vous aurez pour résultat vingt cinq, ce qui est la (somme) cherchée.

Quant à l'élévation au carré d'après cette manière, elle consiste à multiplier un sixième du (terme) jusqu'auquel la (suite) s'étend, par le rectangle des deux nombres qui le suivent. ****)

Par exemple, si l'on vous dit : faites la somme (des carrés des nombres impairs) depuis le carré de l'unité jusqu'au carré de neuf, multipliez un sixième de neuf, ce qui est un et un demi, par cent dix, ce qui est le résultat de la multiplication du dix par le onze. Vous aurez pour résultat cent soixante cinq, ce qui est la (somme) cherchée; ainsi : 165.

Quant à l'élévation au cube d'après cette manière, la pratique de cette opération consiste à multiplier la somme (des nombres impairs simples) par son double moins un. *****)

---

*) $2^2 + 4^2 + 6^2 + \ldots + (2n)^2 = (2 + 4 + 6 + \ldots + 2n)\left(\frac{2}{3} 2n + \frac{2}{3}\right)$.

**) $2^3 + 4^3 + 6^3 + \ldots + (2n)^3 = (2 + 4 + 6 + \ldots + 2n) \cdot 2(2 + 4 + 6 + \ldots + 2n)$.

***) $1 + 3 + 5 + \ldots + (2n - 1) = \left[\frac{(2n-1)+1}{2}\right]^2$ ou n^2.

****) $1^2 + 3^2 + 5^2 + \ldots + (2n-1)^2 = \frac{2n-1}{6} \cdot 2n \cdot (2n+1)$.

*****) $1^3+3^3+5^3 + \ldots + (2n-1)^3 = \{1+3+5+\ldots+(2n-1)\}\left[2 \cdot \{1+3+5+\ldots+(2n-1)\} - 1\right]$.

Digitized by Google

Par exemple, si l'on vous dit : faites la somme (des cubes des nombres impairs) depuis le cube de l'unité jusqu'au cube de neuf; alors multipliez le résultat de la sommation (des nombres impairs simples), à savoir vingt cinq, par son double moins un, à savoir quarante neuf. Vous aurez pour résultat la (somme) cherchée, à savoir mille deux cent vingt cinq; ainsi : 1225.

Ceci est la fin de ce que nous nous sommes proposé de dire sur cette matière. Nous prions le Seigneur qu'il en fasse profiter tous ceux qui s'en occupent. Lui est le Maître qui accorde l'assistance efficace. Louanges à Dieu, maître de l'univers. Que la bénédiction divine soit sur notre seigneur Mohammed, le dernier et le plus parfait des prophètes et des apôtres, sur sa famille et sur tous ses compagnons.

REMARQUE. Dans une note au bas de la page 3 de la présente traduction, j'ai dit que, me trouvant absent de Paris, je n'avais pu collationner ma copie du texte d'Alkalçâdi avec le Ms. de la Bibliothèque Impériale. Depuis que cela a été imprimé, j'ai pu retourner à Paris et revoir la traduction des parties 2ᵉ, 3ᵉ, 4ᵉ et de la conclusion, avant le tirage, sur le Ms. de la B. I. La comparaison de la 1ʳᵉ partie, déjà tirée, avec le même Ms. m'a fourni le sujet des observations suivantes.

Pag. 4. 2ᵉ *note*. Tandis que le Ms. de M. Reinaud porte constamment *safron* (avec *sîn*), le Ms. de la B. I. porte constamment *cifron* (avec *çâd*).

Pag. 8, *lig.* 19. Après l'exemple de la soustraction 725—286, le Ms. de la B. I. ajoute la glose marginale suivante :

« Et, si vous voulez, commencez la soustraction par le dernier rang, et retranchez le trois du sept. » Vous aurez pour reste quatre. Posez cela à la place du sept *). Ensuite retranchez le huit de quarante deux. Vous aurez pour reste trente quatre. Après cela retranchez le six de ce qui se trouve » au-dessus du (six). Vous aurez pour reste trois cent trente neuf, ce qui est le (résultat) cherché. »

Dans l'exemple suivant le nombre dont on retranche est, dans le Ms. de la B. I., 9702 au lieu de 5702, et par conséquent, le reste 5724 au lieu de 1724.

Pag. 11, *lig.* 12. L'exemple 304 × 75020 appartient en effet à la « multiplication inclinée », comme je l'avais supposé. Ce passage forme dans le Ms. de la B. I. le dernier des exemples relatifs à la « multiplication inclinée », et s'y trouve placé à la suite de l'exemple 582 × 9736.

Le texte du Ms. de la B. I. confirme également l'intercalation conjecturale que j'ai faite dans ce passage (*lig.* 17): « Après cela faites reculer le multiplicande [de deux rangs, multipliez-le] tout entier par quatre , etc. » ; si ce n'est que le Ms. de la B. I. ajoute encore « tout entier » après « le multiplicande », ce qui ne change en rien le sens de la phrase.

Pag. 14, *lig.* 3. Après les mots: « Puis additionnez les résultats », le Ms. de la B. I. ajoute: « à savoir ce qui se trouve entre les diagonales ».

Dans la première ligne de l'alinéa qui suit le tableau de la multiplication de 342 par 534, au lieu de « dans le carré », le Ms. de la B. I. porte « dans la moitié du carré »; et dans l'avant dernière ligne du même alinéa : « ce qui se trouve entre les diagonales », au lieu de « ce qui se trouve entre les lignes de séparation ». Ces leçons du Ms. de la B. I. sont préférables à celles que reproduit la traduction.

Pag. 15, *lig.* 17. Dans le passage « Ajoutons encore à ce chapitre plusieurs règles fondamentales dont on peut se contenter dans un certain nombre de cas », le Ms. de la B. I. offre deux variantes. Au lieu de « ajoutons » il porte : « mentionnons séparément », ou « en particulier », et dans une glose marginale: « présentons »; et au lieu de : « dont on peut se contenter », il porte : « auxquelles on a recours ».

La règle du même paragraphe, relative au nombre cinq (*lig.* 24), est conçue dans le texte du Ms. de la B. I. comme il suit: « Pour multiplier un nombre quelconque par cinq , prenez la moitié de son produit par dix (*'ikd*), c'est à dire, faites-le précéder d'un *zéro*, et prenez la moitié du résultat ».

*) Le ms. porte « neuf » au lieu de « sept » ce qui paraît n'être qu'une erreur de copiste.

Digitized by Google

Pag. 16, *lig.* 17. A la règle de la multiplication par dix le Ms. de la B. I. ajoute l'exemple suivant: « Par exemple, si l'on vous dit : multipliez quatorze par dix, dites : le résultat est cent quarante ».

Dans la règle de la multiplication par douze (*lig.* 32), au lieu de : « mais de manière que les unités du troisième correspondent aux dizaines des deux autres », il faut lire: mais de manière que les unités du troisième se trouvent sous les dizaines des deux autres », ce qui du reste, quant au sens de la règle, est la même chose.

Pag. 17, *lig.* 3 *en rem.* Aux mots: « Après cela vous faites reculer le diviseur » le Ms. de la B. I. ajoute: « d'un rang ».

Pag. 18, *lig.* 10. Au lieu de « seize » le Ms. de la B. I. porte « six ».

Pag. 19, *lig.* 3. Au lieu de : « faites-en une fraction ayant pour dénominateur le diviseur » , il faut lire avec le Ms. de la B. I.: « dénommez le (reste) d'après le (diviseur) ».

Ibid, lig. 13. Après les mots : « en tirant entre les deux une ligne », le Ms. de la B. I. ajoute : « ce sera trois huitiemes «.

Ibid, lig. 21. Après les mots: « et divisez » le Ms. de la B. I. ajoute « d'abord ».

Ibid, lig. 23. Après la fin de ce paragraphe on trouve, dans le Ms. de la B. I., le passage suivant: « Et, si vous voulez, divisez le dividende tout entier par le diviseur tout entier. Posez donc le » quinze sous le soixante treize. Ensuite cherchez un nombre que vous multiplierez par le diviseur, » et qui laissera un reste plus petit que le diviseur. Vous trouverez que c'est quatre, et vous aurez » pour reste treize. Posez cela au-dessus de la ligne. Après cela faites reculer le diviseur d'un rang, » et cherchez un nombre que vous multiplierez pareillement par le (diviseur). Vous trouverez neuf, » et vous aurez pour reste un. Placez cela de nouveau au-dessus de la ligne. Puis faites de nouveau » reculer le diviseur, et cherchez un nombre que vous multiplierez par le (diviseur). Vous trouverez » que c'est un. Vous avez maintenant pour résultat quatre cent quatre-vingt onze, ce qui est le » (nombre) cherché » *).

« Et si l'on vous dit : divisez quatre-vingt onze mille deux cent soixante quatre par cent vingt » quatre, posez cela ainsi :

9 1 2 6 4
1 2 4

» et que le diviseur se trouve au-dessous de neuf cent douze. La ligne inférieure commencera au- » dessous du quatre (en allant) vers la droite. Ensuite cherchez un nombre que vous placerez sous » la première place du diviseur, que vous multiplierez par le (diviseur) tout entier, et qui anéantira » le dividende ou en laissera un reste plus petit que le diviseur. Vous trouverez que c'est sept, et » vous aurez pour reste quarante quatre. Posez cela au-dessus de la ligne. Après cela faites reculer » le diviseur d'un rang, et cherchez un nombre que vous multiplierez pareillement par le (diviseur). » Vous trouverez que c'est trois, et vous aurez pour reste soixante quatorze. Puis faites reculer de » nouveau le dividende, comme précédemment. Le résultat sera sept cent trente six, ce qui est le » (nombre) cherché **); ainsi : 736 ».

« Et, si vous voulez, décomposez le diviseur dans ses facteurs, lesquels sont quatre et trente un. » Ensuite divisez d'abord par le quatre. Il résultera vingt deux mille huit cent seize. Divisez ce ré- » sultat de nouveau par le trente un: vous aurez pour résultat sept cent trente six, ce qui est le » (nombre) cherché ».

« Ceci vous servira de règle ».

Pag. 20, *lignes* 23 *et* 29 *et note* 4°. Le Ms. de la B. I. ajoute dans ces deux endroits au mot « parties » l'adjectif « sourdes » ou « inarticulées », c'est à dire : les parties ou les fractions qui ne peuvent pas s'articuler, s'énoncer au moyen des nombres de deux jusqu'à dix comme dénominateurs. Le sens reste le même.

---

*)
```
 1 3 1
 7 3 6 5
 1 5
   1 5
     1 5
 -------
   4 9 1
```

**)
```
     7 4
   4 4
 9 1 2 6 4
 1 2 4
   1 2 4
     1 2 4
 ---------
     7 3 6
```

Digitized by Google

Ibid. lig. 24. Au lieu de : « Si le nombre est impair, on le réduit par neuf », le Ms. de la B. I. porte : « Si le nombre est impair, on la rédnit seulement par neuf et par sept ».

Pag. 20, *lig.* 28 *et Pag.* 21, *lig.* 1. Les passages « et eomme cinq cent trente neuf pareillement », et « et pour le nombre deux cent trente neuf pareillement », manquent dans le Ms. de la B. I.

Pag. 21, *lig.* 18. An lieu de: « Et si l'on vous dit », le Ms. de la B. I. porte: « Il en est de même de l'opération pour le nombre impair, si ce n'est qu'il n'a point de sixième. Par exemple, si l'on vous dit. »

Pag: 22, *lig.* 8. La conclusion: « done le nombre proposé a un quart », se trouve dans le Ms. de la B. I.

Pag. 23, *lig.* 14. Après les mots : « il résulte quatre », le Ms. de la B. I. ajoute: « et il reste cinq. Posez cela au-dessus du huit, et ».

Pag. 24 *et* 25. Le Ms. de la B. I. donne aux trois hommes, dans les trois tableaux, uniformément les noms : Zaïd, Amroû et Beqr.

Pag. 25, *lig.* 3. Le Ms. de la B. I. ajoute: « il résultera ce qui lui est dû ».

Pag. 28, *lig.* 13, *et note* 4ᵉ. Le Ms. de la B. I. confirme complètement la leçon adoptée ici.

ERRATA.

L'éloignement du lieu d'impression, et l'impossibilité qui en résultait pour l'auteur, de revoir les dernières épreuves avant le tirage, ont fait qu'il est resté dans le texte précédent un eertain nombre de fautes typographiques. Le lecteur est prié d'excuser ces erreurs, et de vouloir bien corriger les suivantes.

Pag. 3, *lig.* 22 : réconnaissance; *corrigez* : reconnaissanee.
Pag. 4, *lig.* 12 : avec ; *corr.* avez.
Pag. 6, *lig.* 21 : an dessous : *corr.* au-dessous.
Pag. 7, *lig.* 3 : daditionnés ; *corr.* additionnés.
Pag. 8, *lig.* 7 : ajoutez an nombre dont on retranche dix ; *corr.* ajoutez dix au nombre dont on retranche.
Pag. 10, *lig. dernière*: Plus exaetement ; *corr.* Il serait plus exact de dire.
Pag. 11, *lig.* 21 : mnltipliez ; *corr.* multipliez.
Pag. 11, *lig. dernière* : et ; *corr.* est.
Pag. 17, *lig.* 17 : ainsi 435 ; *corr.* ainsi : 435,
Pag. 17, *lig.* 19 : ses ; *corr.* ces.
Pag. 18, *lig.* 30 : posez le ; *corr.* posez-le.
Pag. 20, *lig.* 13 : ècloire ; *corr.* éclaire.
Pag. 21, *lig.* 7 : anx ; *corr.* aux.
Pag. 30, *lignes* 17 *et* 24 : la mot *fractions* doit être séparé eomme il suit : frac-tions.
Pag. 37, *lig.* 4 : la fatha ; *corr.* le fatha.
Pag. 48, *lig.* 18 : donze ; *corr.* douze.
Pag. 49, *lig.* 18 : **) ; *corr.* ***).
Pag. 53, *lig.* 36 : $\left(\frac{a}{b}\right)^2$; *corr.* $\left(\frac{a}{2}\right)^2$.
Pag. 55, *lig.* 8 : carés ; *corr.* carré.
Pag. 55, *lig.* 9 : car ; *eorr.* cas.
Pag. 60, *lig.* 20 : s'étend par ; *corr.* s'étend, par.

SBN VA1 1521392

Digitized by Google